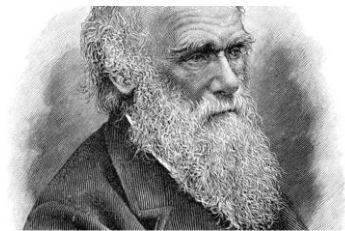


# FÍSICA

FRENTE II

*Professor Danilo*



1º ANO DO ENSINO MÉDIO

**Turmas Gregor Mendel e Charles Darwin**

Acompanhe novas versões em:

<http://fisica.professordanilo.com/>

Envie erratas para

[danilo@professordanilo.com](mailto:danilo@professordanilo.com)

## ÍNDICE

PRIMEIRO BIMESTRE .....	7
1. INTRODUÇÃO À FRENTE 2.....	7
a) AVALIAÇÃO .....	7
b) CONTEÚDO.....	7
2. INTRODUÇÃO À FÍSICA E À FRENTE 2.....	7
3. INTRODUÇÃO À ÓTICA .....	8
4. ARCO-ÍRIS, MEIOS, FENÔMENOS E CORES .....	11
a) AS CORES DO ARCO-ÍRIS .....	11
b) TIPOS DE MEIOS .....	11
c) FENÔMENOS ÓPTICOS .....	11
d) COR DE UM CORPO POR REFLEXÃO .....	12
5. PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA.....	16
a) SOMBRA E PENÚMBRA .....	16
b) CÂMARA ESCURA .....	17
c) A LUA .....	17
d) ÂNGULO VISUAL.....	18
6. LEIS DA REFLEXÃO (ESPELHOS PLANOS).....	20
PRIMEIRA LEI DA REFLEXÃO .....	20
SEGUNDA LEI DA REFLEXÃO .....	20
a) REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE PLANA.....	20
b) REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE CURVA .....	20
7. IMAGENS EM ESPELHOS PLANOS .....	21
a) IMAGENS DE OBJETOS PONTUAIS .....	21
b) IMAGENS DE OBJETOS EXTENSOS.....	24
8. TAMANHO MÍNIMO DE UM ESPELHO PARA SE VER POR COMPLETO .....	25
9. CAMPO VISUAL.....	26
10. TRANSLAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO .....	26
11. ROTAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO .....	31
12. IMAGEM FORMADA POR DOIS ESPELHOS.....	31
13. OS ESPELHOS ESFÉRICOS.....	34
a) RAIOS NOTÁVEIS .....	35
RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CÔNCAVO .....	35
RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CONVEXO .....	36
b) LOCALIZANDO O FOCO SECUNDÁRIO .....	37

c) FORMAÇÃO DE IMAGENS: CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA ....	40
d) FORMAÇÃO DE IMAGENS: EQUAÇÃO DE GAUSS .....	43
i – O REFERENCIAL DE GAUSS.....	43
ii – PADRÕES IMPORTANTES.....	43
iii – EQUAÇÃO DE GAUSS:.....	44
iv – EQUAÇÃO DO AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL.....	44
14. REFRAÇÃO E LEI DE SNELL-DESCARTES.....	46
a) VELOCIDADE DA LUZ.....	46
b) PRINCÍPIO DE FERMAT .....	48
c) LEI DE SNELL-DESCARTES.....	48
15. DIOPTRO PLANO E REFLEXÃO TOTAL .....	48
Dioptro plano .....	48
Reflexão Total .....	50
16. LÂMINAS DE FACES PARALELAS .....	51
17. FIBRA ÓPTICA.....	51
18. POSIÇÃO APARENTE DOS ASTROS E MIRAGEM .....	53
(A) Posição aparente dos astros .....	53
(B) Miragem.....	53
19. DISPERSÃO CROMÁTICA .....	55
20. PRISMAS.....	56
(A) Prisma – introdução.....	56
(B) Dispersão.....	57
(C) Desvio mínimo.....	57
21. LENTES ESFÉRICAS .....	58
(A) DIOPTRO ESFÉRICO .....	58
(B) NOMENCLATURA.....	59
(C) COMPORTAMENTO ÓPTICO .....	61
(D) RAIOS NOTÁVEIS .....	62
(E) FORMAÇÃO DE IMAGENS.....	65
(F) FOCO SECUNDÁRIO.....	69
(G) REFERENCIAL DE GAUSS.....	69
(H) EQUAÇÃO DOS FABRICANTES DE LENTES .....	72
(I) ASSOCIAÇÃO DE LENTES.....	73
(J) ASSOCIAÇÃO DE LENTES COM ESPELHOS .....	73
22. ÓPTICA DA VISÃO .....	73

(A) INTRODUÇÃO.....	73
(B) AMETROPIAS (PROBLEMAS DA VISÃO).....	75
23. INSTRUMENTOS ÓPTICOS.....	78
<b>SEGUNDO SEMESTRE</b> .....	82
TERMOMETRIA.....	82
1. ESCALAS TERMOMÉTRICAS.....	82
(A) PRINCIPAIS ESCALAS.....	82
(B) CONVERSÃO CÉLSIUS E FAHRENHEIT.....	83
(C) CONVERSÃO CÉLSIUS E KELVIN.....	86
(D) VARIAÇÃO DE TEMPERATURA.....	87
(E) TERMÔMETRO DE VALOR MÁXIMO.....	87
2. DILATAÇÃO TÉRMICA.....	88
INTRODUÇÃO.....	88
DILATAÇÃO LINEAR.....	88
DILATAÇÃO SUPERFICIAL.....	93
DILATAÇÃO VOLUMÉTRICA.....	95
COMPORTAMENTO ANÔMALO DA ÁGUA.....	95
3. CALORIMETRIA.....	96
CALOR SENSÍVEL.....	96
CURVAS DE AQUECIMENTO.....	96
CAPACIDADE TÉRMICA.....	97
POTÊNCIA TÉRMICA.....	97
TROCAS DE CALOR.....	97
CALOR LATENTE.....	98
DIAGRAMAS DE FASE.....	100
4. TRANSMISSÃO DE CALOR.....	101
TIPOS DE TRANSMISSÃO DE CALOR.....	101
TRANSMISSÃO POR CONDUÇÃO.....	101
TRANSMISSÃO POR CONVECÇÃO.....	103
TRANSMISSÃO POR IRRADIAÇÃO.....	105
24. APÊNDICE.....	107
A. UNIDADES DE MEDIDAS.....	107
B. CONSTANTES FÍSICAS.....	109
C. CONSTANTES MATEMÁTICAS.....	110
D. FORMULÁRIO DE MATEMÁTICA.....	110

---

E.	COMPRIMENTO, ÁREA E VOLUME .....	111
F.	TRIGONOMETRIA .....	113

## NOTA DO AUTOR AOS LEITORES

Este material foi desenvolvido como notas de aula para o ensino médio do colégio Elite Col, Campinas, SP.

O Conteúdo deste material é livre para ser utilizado por qualquer pessoa para fins educacionais. A cópia e divulgação é livre.

O presente arquivo é a quarta edição (primeira em 2018, segunda em 2019, terceira em 2021 e agora estamos na quarta edição), que está sendo revisada, revista e reformulada ao longo de todo ano e você pode contribuir com isso enviando e-mail para o professor Danilo para:

[danilo@professordanilo.com](mailto:danilo@professordanilo.com)

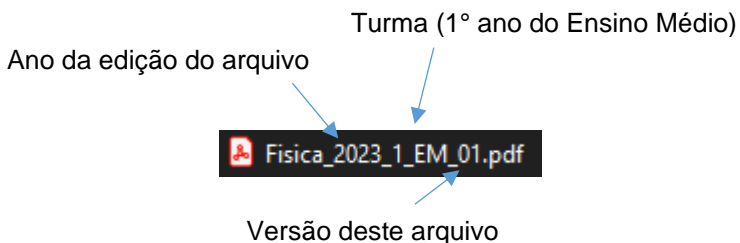
Se você viu alguma figura com direitos autorais sem as devidas referências, por gentileza, envie e-mail para o endereço acima que providenciarei o quanto antes a adequação do material.

Campinas, 25 janeiro de 2023.

## NOTA DO AUTOR AOS ALUNOS

O material de 2023 será o mesmo que o material de 2022, porém será melhorado ao longo do ano através de correções, organização de conteúdo, melhoria de desenhos etc.

Para identificar se você está com a versão mais atual, verifique o nome do arquivo:



Erratas e contato com o professor: [danilo@professordanilo.com](mailto:danilo@professordanilo.com)

Campinas, 25 janeiro de 2023.

## PRIMEIRO BIMESTRE

### 1. INTRODUÇÃO À FRENTE 2

#### a) AVALIAÇÃO

↳ Prova

#### b) CONTEÚDO

↳ Parte 1: ótica

→ Lentes, espelhos, microscópio, lunetas, olhos humanos, problemas da visão etc.

↳ Parte 2: termologia, calorimetria e dilatação

→ Escalas de temperaturas, como o calor altera a temperatura, fusão, ebulição, variação de comprimento, área e volume em função da temperatura etc.

### 2. INTRODUÇÃO À FÍSICA E À FRENTE 2

#### ● Física

→ Do grego *physis*: natureza

→ A Física trata do mundo real

→ O descrevemos usando a Matemática

→ Modo de estudo

##### ● Princípios

⇒ Assume-se como verdade sem poder ser demonstrado

##### ● Teoremas

⇒ Podem ser demonstrados

##### ● Leis

⇒ Podem ser Princípios ou Teoremas

↳ Ótica

→ Do grego *optiké*: visão

● O termo ótica (sem “p”) está relacionado ao ouvido (exemplo: otite) mas a grafia ótica muitas vezes é empregada como sinônimo de óptica

→ Divisões

##### ● Óptica geométrica

⇒ O que estudaremos neste semestre

⇒ Trata a luz como raio

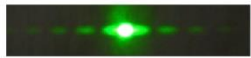
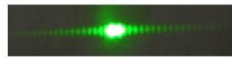


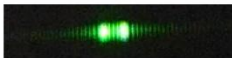
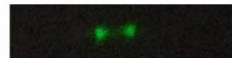
⇒ Ferramenta principal: Geometria

##### ● Óptica ondulatória

⇒ Veremos no ano que vem

⇒ Trata a luz como uma onda

⇒ Explica a difração da luz (se você apontar um laser verde para um fio de cabelo irá obter as figuras a seguir)

a) Fio de cabelo	b) Grafite 0,3 mm	c) Grafite 0,5 mm
		
d) Grafite 0,7 mm	e) Grafite 0,9 mm	f) Grafite 2 mm
		

Fonte: <http://www.scielo.br/img/revistas/rbef/v37n4//0102-4744-rbef-37-4-4311-gf04.jpg>

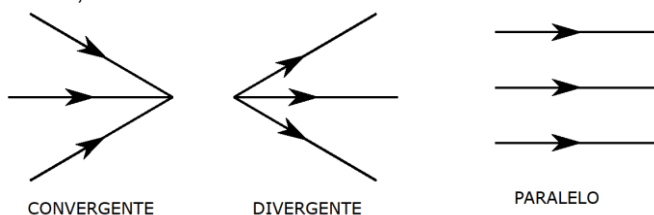
● Óptica física

- ⇒ Vocês verão no ano que vem, mas com outro professor
- ⇒ Trata a luz como partícula
- ⇒ Explica por que quando a luz com determinada cor consegue retirar elétrons de alguns metais (efeito fotoelétrico)

3. INTRODUÇÃO À ÓTICA

↳ Conceitos fundamentais

- ⇒ Raios de luz:
- ⇒ Linhas orientadas que representam o caminho percorrido pela luz, indicando também o sentido

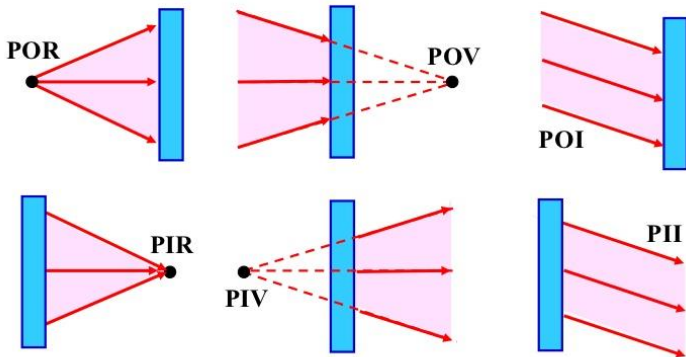


↳ Veja na figura a seguir diversos tipos de pontos que serão muito importantes para entendermos o que é imagem e objeto reais, virtuais ou impróprios. Siga a legenda abaixo para melhor entender o que está na figura:

- ⇒ POR ● Ponto objeto real
- ⇒ POV ● Ponto objeto virtual
- ⇒ PIR ● Ponto imagem real
- ⇒ PIV ● Ponto imagem virtual
- ⇒ POI ● Ponto objeto impróprio
- ⇒ PII ● Ponto imagem imprópria



# Ponto Objeto e Ponto Imagem



↳ Fontes de luz

- ➔ Primárias (emitem luz como o Sol, lâmpadas, estrelas etc.)
- ➔ Secundárias (que refletem luz como a Lua, o caderno, os planetas etc.)

↳ A luz pode ser

- ➔ Simples ou Monocromática (uma só cor)
- ➔ Composta ou Policromática (duas ou mais cores superpostas – a luz do Sol é a mistura de todas as cores visíveis)

↳ Velocidade da luz

- ➔ No vácuo é  $3 \cdot 10^8$  m/s e representado pela letra  $c$ .
  - ➔ Uma **ano-luz** é a distância percorrida pela luz em um ano.
- Isto é:

$$\text{sendo } v = c = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta s = c \cdot \Delta t$$

Substituindo os dados:

$$1 \text{ a.l.} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) \text{ s} \approx 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Ou

$$1 \text{ a.l.} \approx 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km} \approx 240.000.000 \text{ de voltas na Terra}$$

Você também pode pensar que ao dizer anos-luz (sem o artigo “por”, como em metros **por** segundo) então temos uma multiplicação:

$$1 \text{ a.l.} = 1 \text{ ano} \times c.$$

Mapa mental do que acabamos de ver

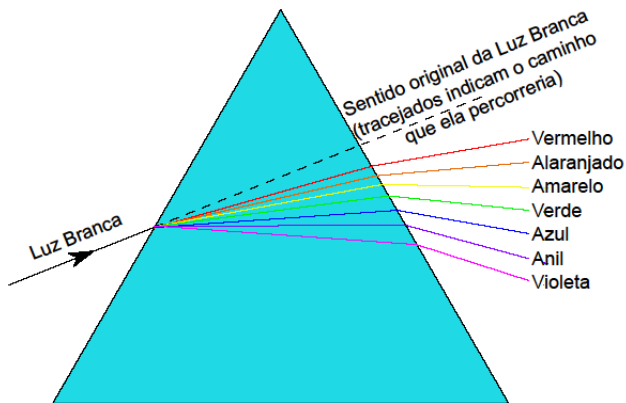


#### 4. ARCO-ÍRIS, MEIOS, FENÔMENOS E CORES

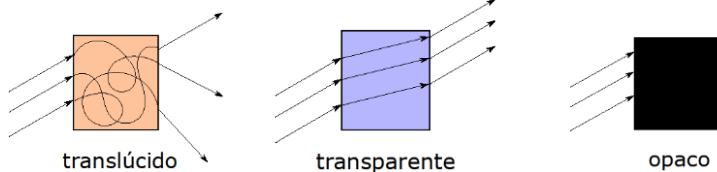
##### a) AS CORES DO ARCO-ÍRIS

↳ DECORE:

Vermelho, alaranjado, Amarelo, Verde, Azul, Anil, Violeta  
VAAVAAV



##### b) TIPOS DE MEIOS



↳ Exemplos de meios

→ Translúcidos

● Vidro canelado, papel de seda etc.

→ Transparentes

● Lâmina de água limpa, vidro liso, ar etc.

→ Opacos

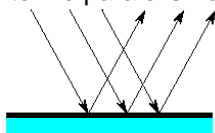
● Cimento, lousa, madeira etc.

##### c) FENÔMENOS ÓPTICOS

↳ REFLEXÃO: quando a luz incide em um objeto e volta para o meio de propagação original, como quando incidimos uma luz laser no espelho.

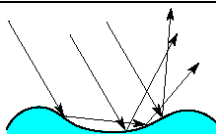
→ Reflexão regular

● Feixe paralelo incidente em uma superfície plana e polida mantém o paralelismo

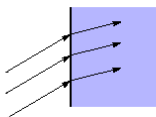


→ Reflexão difusa

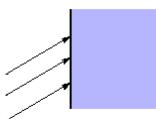
● Feixe de raios paralelos incidentes em uma superfície não mantém o paralelismo



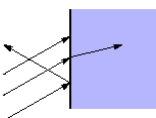
↳ REFRAÇÃO: quando a luz incide em um meio e o atravessa.



↳ ABSORÇÃO: quando a luz, ao incidir em um meio, não é refletida e não é refratada dizemos que o meio absorveu a luz.



↳ TODOS OS TRÊS FENÔMENOS ACIMA PODEM OCORRER SIMULTANEAMENTE



#### d) COR DE UM CORPO POR REFLEXÃO

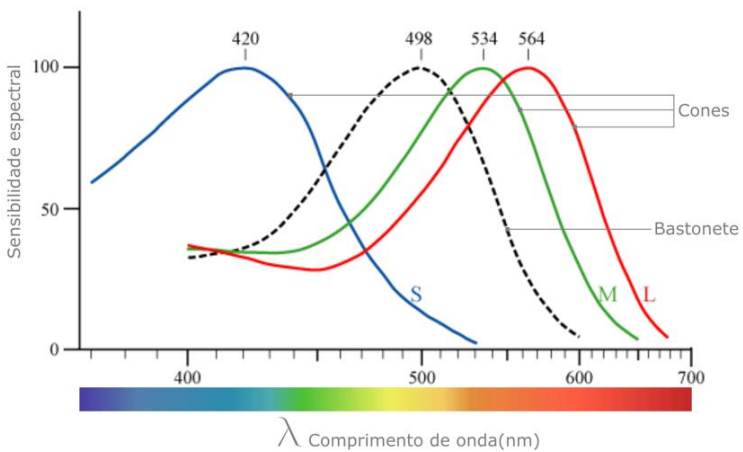
↳ Células da visão

→ Bastonetes

- Células mais finas e responsáveis por detectar presença e ausência de luz, independentemente da cor
- Em ambientes mais escuros somente usamos estas células
- Por isso enxergamos branco e preto no escuro

→ Cones

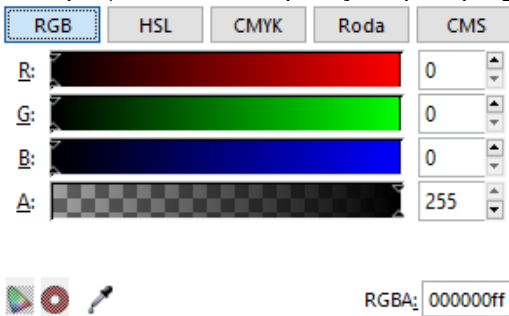
- Três tipos
- Responsáveis por vermos cores
- Menos sensíveis: por isso só enxergamos cores quando há maior intensidade luminosa (mais luz)
- Maior sensibilidade nas cores *Red* (Vermelho), *Green* (Verde) e *Blue* (Azul)
- Por isso televisores, celulares e projetores utilizam apenas estas três cores, cujo padrão é chamado de RGB (*Red, Green, Blue*)



Fonte: <https://muralcientifico.files.wordpress.com/2017/10/000.jpg>

### ↳ Cores primárias aditivas

- São chamadas de aditivas por se tratar da soma das cores adicionando luz
- Chamamos de cores primárias aditivas estas três cores (RGB) que sensibilizam os cones
- Se misturarmos todas elas obtêm o branco
- Disco de Newton ([vídeo YouTube](#))
- *Inkscape* (download e explicações pelo programa)



Acima vemos o print das opções de cores de um programa de desenho: Inkscape. Note a opção de escolha baseada nas cores RGB. A é o fator Alfa que representa a transparência do desenho.

### ↳ Cores primárias subtrativas

- É chamada subtrativa porque a tinta absorve (subtrai) cores
- Consideraremos as cores da impressora
  - *Cyan* (Ciano)
    - ⇒ Não absorve (reflete) somente as cores Azul e Verde
  - *Magenta* (Magenta)
    - ⇒ Não absorve (reflete) somente as cores Azul e Vermelho
  - *Yellow* (Amarelo)

⇒ Não absorve (reflete) somente as cores Vermelho e Verde

● *black* (Preto – Key)

⇒ Absorve Todas as cores

● Abreviando: *CMYK*

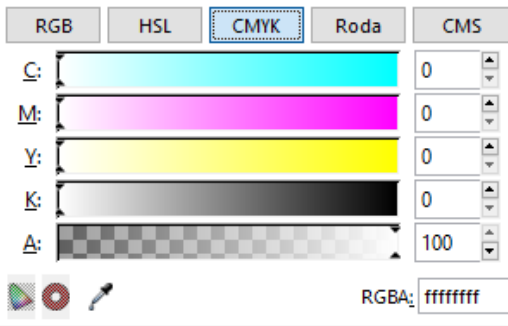
→ Note que se misturarmos:

● CIANO e MAGENTA as cores Vermelho e Verde serão absorvidas, restando apenas o AZUL

● MAGENTA e AMARELO as cores Verde e Azul serão absorvidas, restando apenas o VERMELHO

● CIANO e AMARELO as cores Vermelho e Azul serão absorvidas, restando apenas o VERDE

● Se misturarmos todas as cores, então o Vermelho, o Verde e o Azul serão absorvidos, resultando em preto.



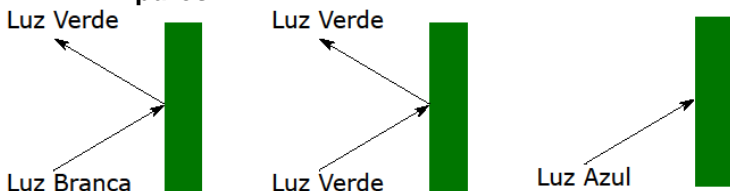
Acima vemos o print das opções de cores de um programa de desenho: Inkscape. Note a opção de escolha baseada nas cores CMYK. A é o fator Alfa que representa a transparência do desenho.

Note também que é apresentado um número hexadecimal que se refere às cores escolhidas usando o padrão RGBA, sendo A o fator Alfa. Cada dois dígitos representa a intensidade da cor indo de 00 até ff. Os primeiros números hexadecimais são: 00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, 0a, 0b, 0c, 0d, 0e, 0f, 10, 11 etc.

### → Pigmentos Puros

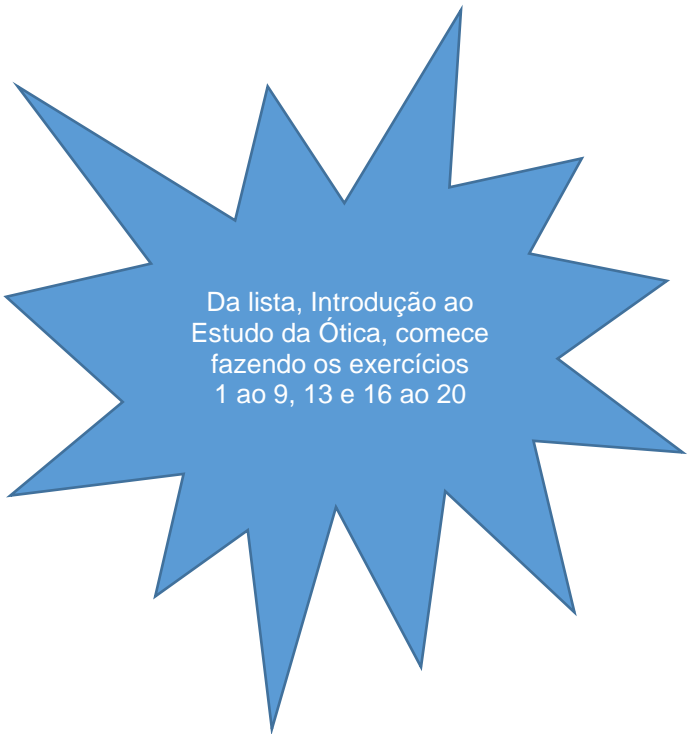
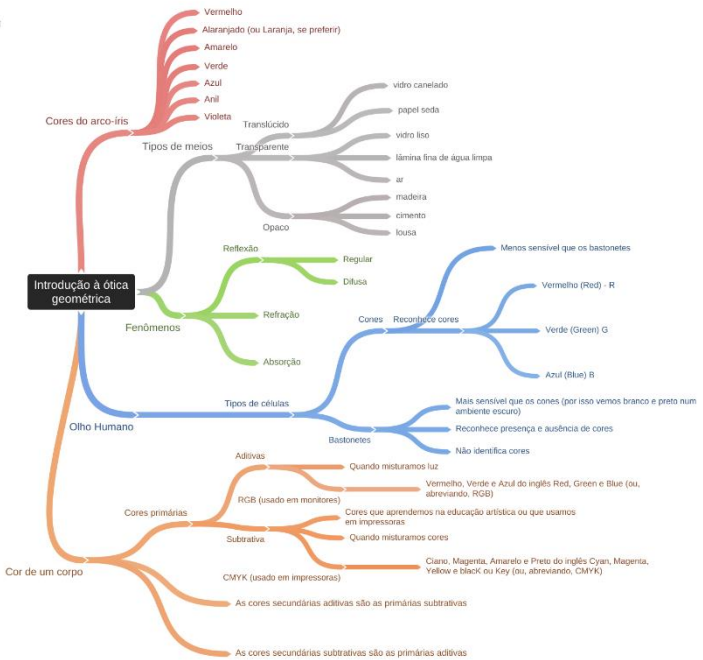
→ Pigmentos puros são pigmentos ideais que absorvem todas as cores, menos uma: a que ele reflete ou permite que atravesse o material

● Uma superfície é verde porque ela reflete somente a cor verde se a substância for feita de **pigmentos puros**



● Isso vale para as demais cores

Mapa mental do que acabamos de ver



## 5. PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA

↳ Princípio da propagação retilínea da luz

Em meios homogêneos e transparentes, a luz se propaga em linha reta.

↳ Princípio da reversibilidade dos raios de luz

Se a luz percorre um caminho ao ir de um ponto A para um ponto B, então ao ir do ponto B para o A ela fará o mesmo caminho.

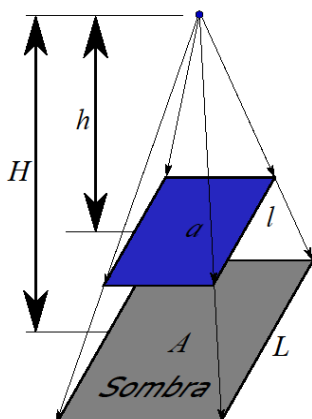
↳ Princípio da independência dos raios luminosos

Quando raios de luz se cruzam, eles se interferem mutuamente apenas na região onde se cruzam, mas cada um segue seu caminho como se os demais não existissem.

APLICAÇÕES DO PRINCÍPIO DA PROPAGAÇÃO RETILÍNEA DA LUZ:

a) SOMBRA E PENÚMBRA

↳ Fonte pontual



Semelhança de triângulos

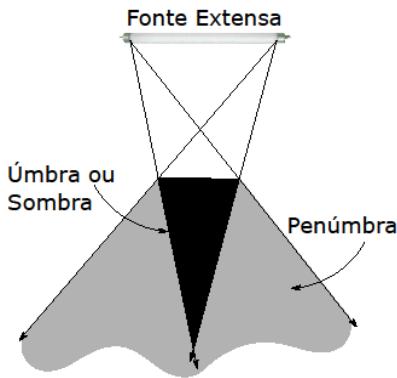
$$\frac{l}{L} = \frac{h}{H} = k$$

Há uma relação também para as áreas:

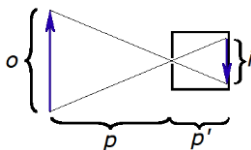
$$\frac{a}{A} = k^2$$



↳ Fonte extensa



b) CÂMARA ESCURA



Novamente semelhança de triângulo

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

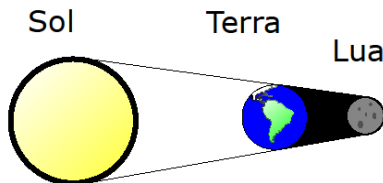
Veja um vídeo sobre isso feito pelo professor Danilo:

<https://youtu.be/zIGH3LrsKMc>

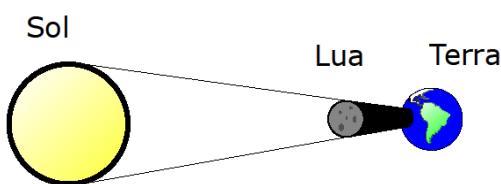
c) A LUA

↳ ECLIPSES

→ LUNAR



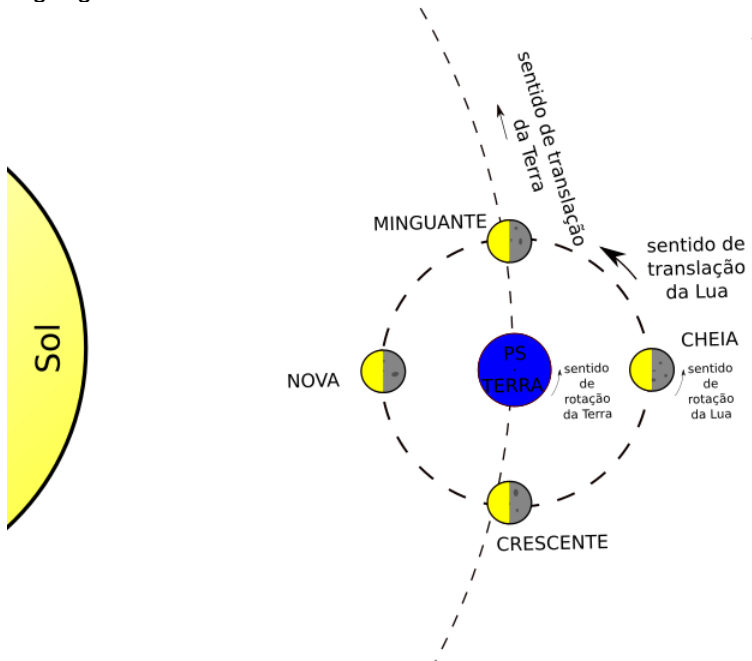
→ SOLAR



↳ FASES DA LUA

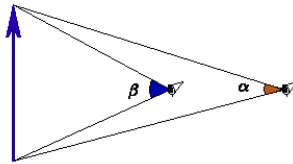
→ O sentido de rotação da Terra em torno do próprio eixo, da Lua em torno do próprio eixo, de translação da Terra em torno do Sol e o de translação da Lua em torno da Terra são os mesmos

→ Usando a “regra da mão direita” você pode determinar este sentido de rotação apontando seu dedo para o norte geográfico

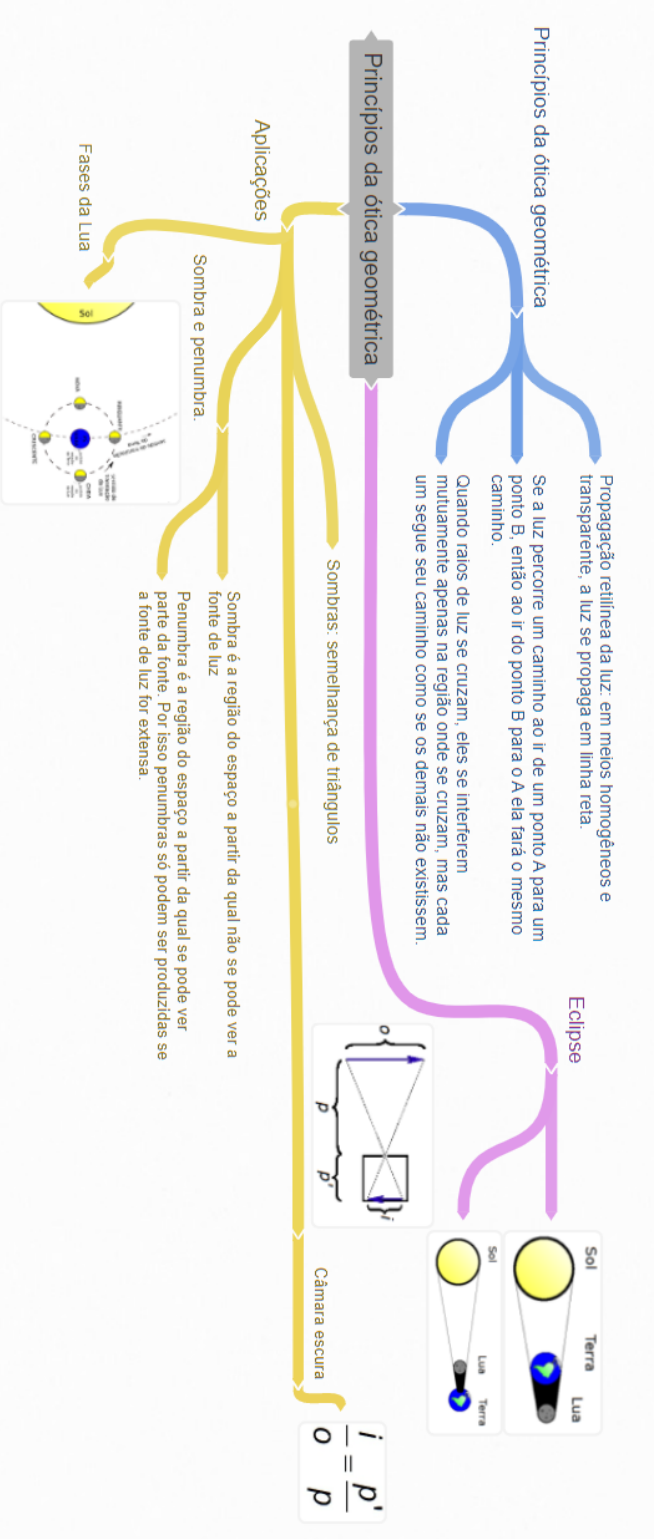


#### d) ÂNGULO VISUAL

↳ Ângulo formado entre os raios que saem das extremidades do objeto e atingem o observador



No SisQ, toda a lista de nome “Introdução ao estudo da óptica” podem ser resolvidos



## 6. LEIS DA REFLEXÃO (ESPELHOS PLANOS)

### PRIMEIRA LEI DA REFLEXÃO

O raio refletido, a normal e o raio incidente estão situados no mesmo plano.

### SEGUNDA LEI DA REFLEXÃO

O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência.

↳ Vamos ver alguns vídeos sobre o assunto.

→ Se você gosta de game, que tal dar uma olhada em como os espelhos são criados em jogos eletrônicos

<https://youtu.be/Vb7wFW4u7zs>

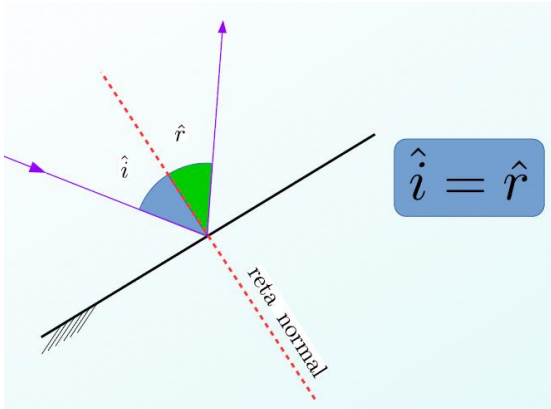
→ Ainda nesta linha de games, veja um pouco sobre *Ray Tracing*

<https://youtu.be/IGZaBwk-o0M>

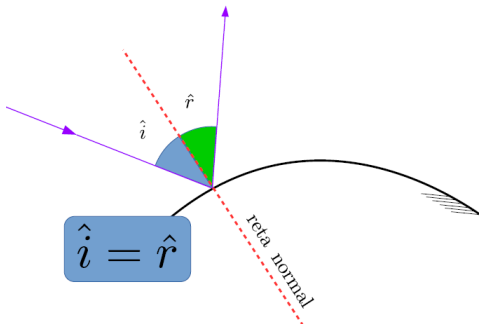
→ Veja agora um vídeo do professor Danilo onde ele mostra, na prática, as leis da reflexão

<https://youtu.be/8bgNJmZw5dE>

#### a) REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE PLANA



#### b) REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE CURVA



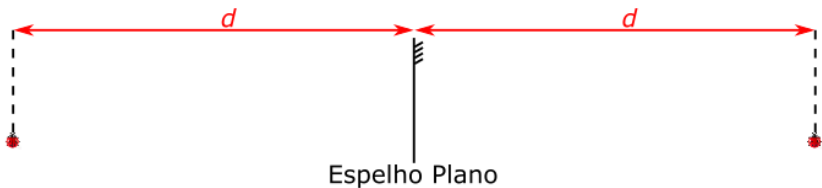
No SisQ, faça os exercícios de 1 à 8 da lista "Os Espelhos Planos".

## 7. IMAGENS EM ESPELHOS PLANOS

### a) IMAGENS DE OBJETOS PONTUAIS

↳ Vamos aprender um método geométrico para obtermos a imagem de um objeto real e pontual à frente de um espelho plano

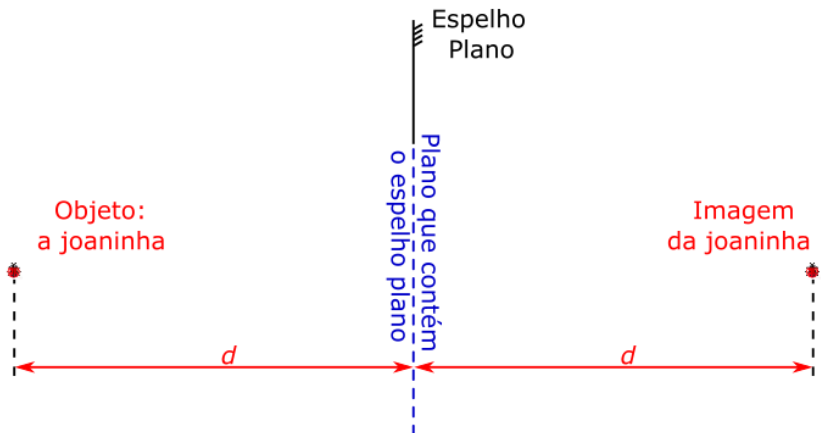
→ Como exemplo, imaginemos uma pequena joaninha à frente de um espelho plano



→ Basta medirmos a distância até o plano que contém o espelho e replicarmos esta distância atrás do plano: veja isso na figura acima.

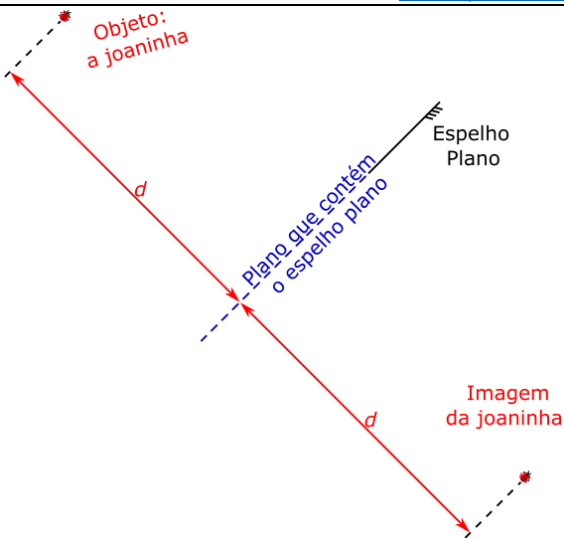
→ E se o objeto não estiver diante do espelho?

● Prolongue o espelho para encontrar o plano que contém o espelho e repita o método acima.



● Note que a imagem existe mesmo que o objeto, imagem e espelho não estejam todos alinhados.

● Observe também que o método é o mesmo no caso de inclinarmos o espelho. A figura a seguir apresenta este resultado.



➔ Veja um vídeo onde o professor Danilo mostra a formação da imagem de um objeto e a sua simetria  
<https://youtu.be/4-oKwSKkLMU>

➔ Vamos verificar que as duas leis da reflexão, vistas acima, levam à esta conclusão.

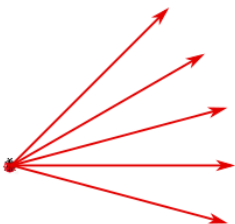
- Por simplicidade, comecemos com o caso da joaninha não logo adiante do espelho, mas um pouco abaixo



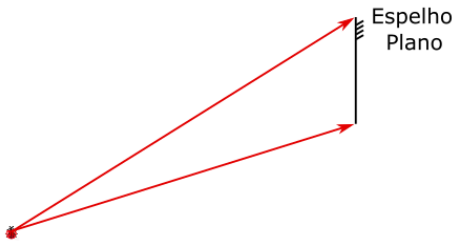
Objeto:  
a joaninha



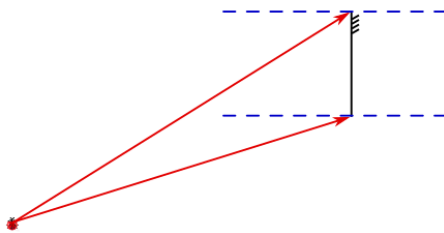
- A joaninha é um objeto real, portanto, vamos tratá-la assim, representando alguns raios de luz que partiram dela:



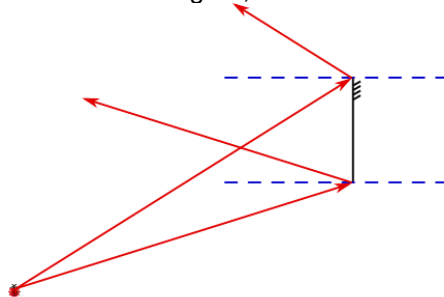
● Dentre estes raios, vamos escolher dois que atingem as extremidades do espelho:



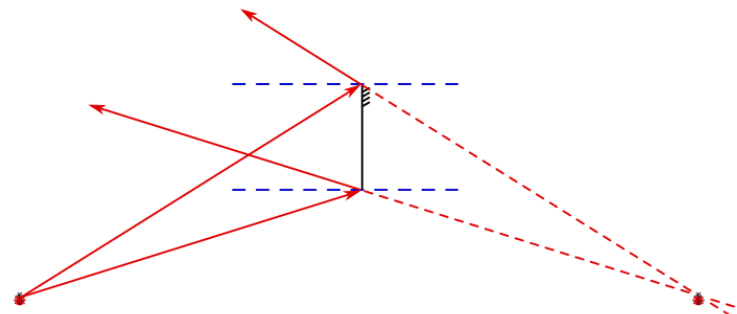
● Vamos desenhar as normais ao espelho nos pontos onde estes raios o atingem:



● Agora, desenhamos os raios refletidos:

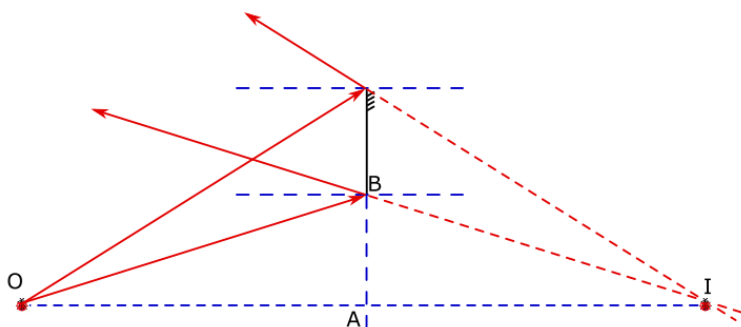


● Observe que os raios refletidos não se encontram. Portanto, para encontrarmos a imagem formada por este espelho devemos prolongar os raios refletidos. O ponto de encontro destes prolongamentos é onde se encontra a imagem da joaninha.



● Por fim, observe que se prolongarmos o espelho e desenharmos um segmento de reta que liga objeto e

imagem, teremos dois triângulos semelhantes:  $\triangle OAB$  e  $\triangle IAB$ :



● Portanto, concluímos que:

$$\overline{OA} = \overline{IA} = d$$

sendo  $d$  a distância entre objeto e o plano que contém o espelho, como havíamos considerado no início deste item.

➔ Agora você sabe: para encontrar a imagem de um objeto pontual, siga os seguintes passos:

- prolongue o espelho;
- meça a distância entre o objeto pontual e o plano que contém este espelho;
- replique esta distância outro lado do espelho;
- A imagem está contida na normal do plano do espelho que contém objeto e imagem (na figura acima,  $\overline{OI}$ ).

## b) IMAGENS DE OBJETOS EXTENSOS

↳ Para determinar a imagem de um objeto extenso, podemos escolher um dos três métodos abaixo:

➔ Método 1:

- desenhe diversos pontos no objeto;
- localize a imagem de cada ponto do objeto utilizando o método aprendido no item acima (imagens de objetos pontuais) e ligue-os.

➔ Método 2:

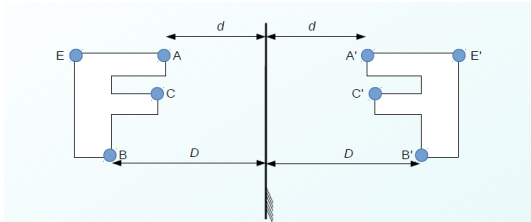
- se o que você tem é um desenho numa folha de papel, você pode olhar no verso do papel para saber como fica a imagem.
- Uma alternativa é dobrar o papel exatamente ao longo do espelho e passar com a caneta por cima do desenho com força. Quando você abrir o papel novamente, o decalque que fica corresponde exatamente à imagem que você procura.

➔ Método 3:

- Parece bobo, mas que tal colocar o objeto diante do espelho e ver como ele fica?



● Você também pode verificar se o aplicativo da câmera de seu celular tem a funcionalidade “espelhar”. Normalmente a câmera frontal já vem com esta funcionalidade ativa.

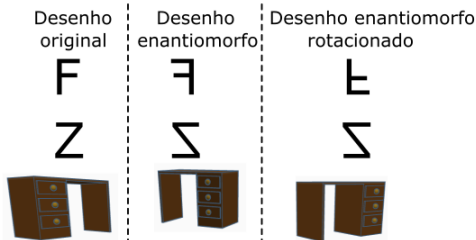


↳ A imagem fica com uma inversão estranha.

→ O nome disto é enantiomorfismo.

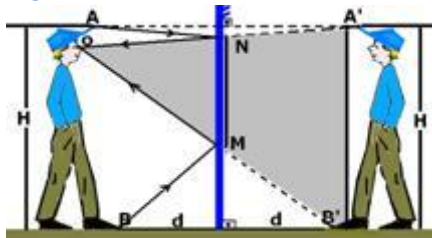
● Se um desenho é enantiomorfo em relação a outro, significa que você não pode recuperar o desenho original utilizando apenas simples rotações.

⇒ A exceção seria um desenho simétrico



→ A imagem de uma imagem (espelho plano) recupera a imagem original. Portanto, você pode olhar no espelho para saber se seu desenho está certo, pois ele, visto no espelho, deve voltar a ser como era.

## 8. TAMANHO MÍNIMO DE UM ESPELHO PARA SE VER POR COMPLETO



↳ Sabe-se que você tem altura  $H$  e está a uma distância  $d$  do espelho.

→ Qual o tamanho mínimo de um espelho para que você possa se ver por completo? O tamanho do espelho depende da distância  $d$ ?

$$\frac{H}{MN} = \frac{2d}{d} \Rightarrow \overline{MN} = \frac{H}{2}$$

● O tamanho mínimo do espelho é metade da sua altura

● O tamanho mínimo do espelho não depende da distância entre o observador e o espelho ( $d$ )

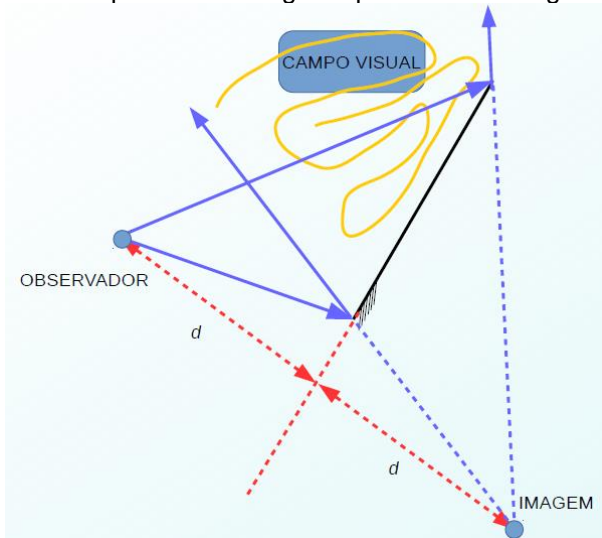
→ E qual a distância que o espelho deve ficar do chão?  
Sabe-se que a altura dos seus olhos é  $h$ .

$$\frac{h}{MC} = \frac{2d}{d} \Rightarrow \overline{MC} = \frac{h}{2}$$

- O espelho deve ficar com sua base à uma distância do chão que corresponde à metade da altura dos seus olhos.

## 9. CAMPO VISUAL

↳ É a região que um observador pode ver através de um espelho. Note que tudo o que está no campo visual é visto pelo observador e, devido ao princípio da reversibilidade dos raios luminosos, qualquer observador no campo visual de alguém pode ver este alguém.



No SisQ, faça os exercícios de 9 à 40 da lista "Os Espelhos Planos".

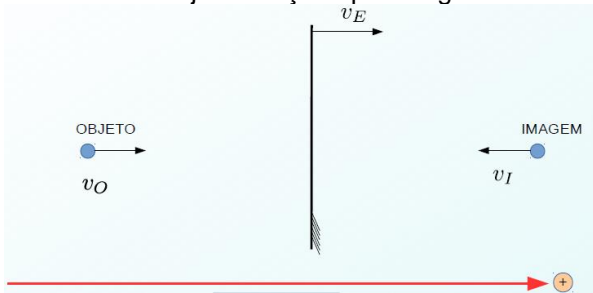
## 10. TRANSLAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO

↳ Seja um espelho e um observador que podem se mover APENAS NA DIREÇÃO NORMAL do espelho plano

- $v_E$  é a velocidade do espelho medida num referencial perpendicular ao espelho, isto é, ela pode ser positiva (para direita, de acordo com o referencial da figura abaixo) ou negativa (para a esquerda, no mesmo referencial abaixo).
- $v_O$  é a velocidade do objeto, medida no mesmo referencial utilizado para a velocidade do espelho.
- $v_I$  é a velocidade da imagem, também medida neste referencial.

→ Existe alguma relação matemática entre estas velocidades?

● Sim. Veja a relação após a figura abaixo.



$$v_E = \frac{v_O + v_I}{2}$$

↳ Vamos aprofundar este assunto a seguir. Esta discussão não será feita em sala de aula.

### APROFUNDANDO O ASSUNTO:

#### TRANSLAÇÃO DE ESPELHOS PLANOS

Vamos estudar a relação da velocidade da imagem de um objeto com a velocidade do espelho e a velocidade do objeto. Para isso, podemos analisar o problema de duas maneiras: uma vetorial, tal como foi feito em sala de aula, e outra geométrica.

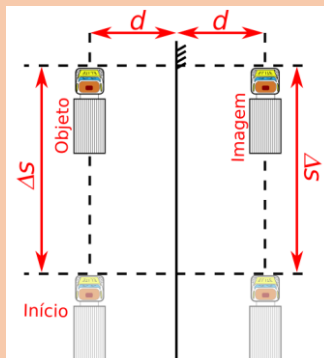
Para apresentar uma outra maneira, talvez mais simples, vamos apresentar aqui apenas a análise geométrica.

#### ANÁLISE GEOMÉTRICA

Vamos dividir o problema estudando o movimento somente do objeto e depois somente da imagem e por fim compor o movimento final que considera o movimento do objeto e do espelho.

#### OBJETO SE MOVENDO PARALELAMENTE AO ESPELHO

Imagine um caminhão de frente do espelho e se move ao longo do espelho. Nesse caso, a velocidade da imagem é igual à velocidade do objeto, pois a distância percorrida pelo objeto é igual à distância percorrida pela sua imagem. Veja isso em dois instantes diferentes:



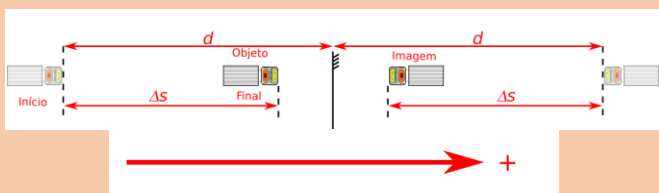
Observe que se o objeto se desloca  $\Delta S$ , a imagem se desloca da mesma quantidade  $\Delta S$ . Logo concluímos que:

$$V_{//\text{objeto}} = V_{//\text{imagem}} \quad (1)$$

O símbolo “//” representa “paralelo”, isto é,  $V_{//\text{objeto}}$  é a velocidade do objeto paralela ao espelho e  $V_{//\text{imagem}}$  é a velocidade da imagem paralela ao espelho.

### OBJETO SE MOVENDO PERPENDICULARMENTE AO ESPELHO

Seja este mesmo caminhão agora se aproximando do espelho. Nesse caso, a velocidade da imagem é igual ao módulo da velocidade do objeto, pois a distância percorrida pelo objeto é igual à distância percorrida pela sua imagem. Veja isso em dois instantes diferentes:



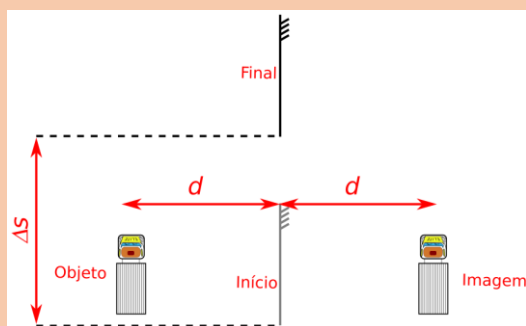
Observe que se a imagem se desloca  $\Delta S$ , a imagem se desloca da mesma quantidade  $\Delta S$ . Podemos dizer então que:

$$V_{\perp\text{objeto}} = -V_{\perp\text{imagem}} \quad (2)$$

Aqui, o símbolo “ $\perp$ ” quer dizer “perpendicular ao espelho”, assim a velocidade do objeto na direção perpendicular ao espelho é  $V_{\perp\text{objeto}}$  e a velocidade da imagem, na direção perpendicular ao espelho, é  $V_{\perp\text{imagem}}$ . Observe também que, em módulo, a velocidade da imagem é igual à do objeto, porém elas estão em sentidos opostos, por isso há um sinal negativo na equação (2).

### ESPELHO SE MOVENDO PARALELAMENTE AO SEU PRÓPRIO PLANO

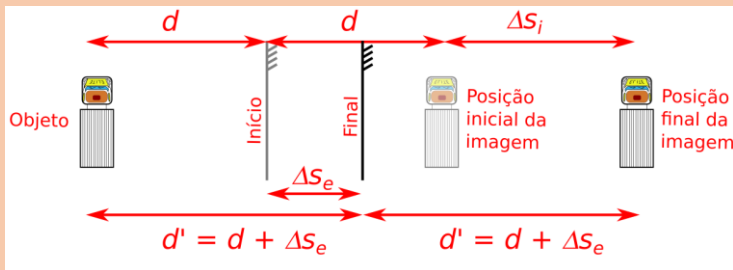
Ainda pensando no esquema anterior, pense no caminhão parado e o espelho se movendo com velocidade  $V_{//\text{espelho}}$ . O que acontece com a imagem do caminhão?



A resposta é: NADA. Ou seja, a imagem do caminhão não muda sua posição quando o espelho se move na direção indicada, assim o movimento do espelho ao longo de seu plano não influencia na posição da imagem.

## ESPELHO SE MOVENDO PERPENDICULARMENTE AO SEU PRÓPRIO PLANO

Agora suponha que o espelho esteja indo para a direita  $V_{\perp \text{espelho}}$ . O que acontece com a imagem do caminhão?



Observe a imagem acima e note que:

$$\begin{aligned} d + d + \Delta S_i &= d' + d' \Rightarrow \\ 2d + \Delta S_i &= 2d' \Rightarrow \\ 2d + \Delta S_i &= 2(d + \Delta S_e) \Rightarrow \\ \Delta S_i &= 2\Delta S_e \end{aligned}$$

Com isso podemos dizer que a velocidade da imagem é o dobro da velocidade do espelho, portanto:

$$V_{\perp \text{imagem}} = 2V_{\perp \text{espelho}} \quad (3)$$

Note que não há sinal negativo na relação, como na equação (2), isso porque a velocidade da imagem é na mesma direção e sentido que a velocidade do espelho.

### SOBREPONDO TODOS OS EFEITOS

Agora, imagine que tanto objeto como espelho se movam. Podemos fazer uma composição de movimento:

1. Considere que o objeto possui velocidade  $V_{// \text{objeto}}$  paralela ao espelho e  $V_{\perp \text{objeto}}$  a velocidade perpendicular ao espelho. Isso implica que a velocidade da imagem é  $V_{// \text{imagem}} = V_{// \text{objeto}}$  paralela ao espelho e  $V_{\perp \text{imagem}} = -V_{\perp \text{objeto}}$ .

2. Se o espelho se move com velocidade  $V_{\perp \text{espelho}}$  na direção perpendicular ao seu plano, a velocidade da imagem será  $V_{\perp \text{imagem}} = 2V_{\perp \text{espelho}}$ .

3. Por superposição, a velocidade da imagem deve ser a soma das velocidades da imagem devido aos movimentos do espelho e do objeto, assim a velocidade da imagem será:

$$\boxed{V_{// \text{imagem}} = V_{// \text{objeto}}} \quad (4)$$

e

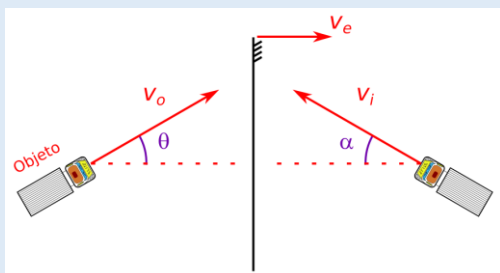
$$V_{\perp \text{imagem}} = 2V_{\perp \text{espelho}} - V_{\perp \text{objeto}} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{\perp \text{espelho}} = \frac{V_{\perp \text{imagem}} + V_{\perp \text{objeto}}}{2}} \quad (5)$$

Note que a velocidade do espelho ao longo de seu plano, isto é,  $V_{// \text{espelho}}$ , não é relevante neste caso.

**Vamos para um exemplo:**

Seja um caminhão se aproximando com velocidade de 30 m/s na direção indicada na figura abaixo com  $\theta = 30^\circ$ . O espelho se move para a direita com 10 m/s. Determine:



- a)  $V_{// \text{objeto}}$  e  $V_{\perp \text{objeto}}$ .
- b)  $V_{// \text{imagem}}$ .
- c)  $V_{\perp \text{imagem}}$ .
- d) O ângulo  $\alpha$ .
- e) o módulo da velocidade da imagem.

**RESOLUÇÃO:**

a) Decompomos a velocidade do objeto:

$$V_{// \text{objeto}} = v_o \sin \theta \Rightarrow V_{// \text{objeto}} = 30 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{// \text{objeto}} = 15 \text{ m/s}}$$

Agora para a outra direção:

$$V_{\perp \text{objeto}} = v_o \cos \theta \Rightarrow V_{\perp \text{objeto}} = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{\perp \text{objeto}} = 15\sqrt{3} \text{ m/s}}$$

b) A velocidade da imagem, paralela ao espelho, é igual à velocidade do objeto na direção paralela ao espelho:

$$\boxed{V_{// \text{imagem}} = V_{// \text{objeto}} = 15 \text{ m/s}}$$

c) Para calcular  $V_{\perp \text{imagem}}$ , usamos a equação (5):

$$V_{\perp \text{espelho}} = \frac{V_{\perp \text{imagem}} + V_{\perp \text{objeto}}}{2} \Rightarrow 10 = \frac{V_{\perp \text{imagem}} + 15\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{\perp \text{imagem}} = 5(4 - 3\sqrt{3}) \text{ m/s}}$$

d) Vamos usar a tangente de  $\alpha$ :

$$\tan \alpha = \frac{v_{y \text{ imagem}}}{v_{x \text{ imagem}}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{|V_{// \text{imagem}}|}{|V_{\perp \text{imagem}}|} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{15}{5(3\sqrt{3} - 4)} \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha = \arctan\left(\frac{3}{3\sqrt{3} - 4}\right)}$$

Note que como  $3\sqrt{3} > 4$ , o módulo de  $V_{\perp \text{imagem}}$  é  $5(3\sqrt{3} - 4)$ .

e) Por fim, para determinarmos a velocidade da imagem utilizamos o Teorema de Pitágoras:

$$v_i^2 = V_{//\text{imagem}}^2 + V_{\perp\text{imagem}}^2 \Rightarrow v_i^2 = 15^2 + (5(4 - 3\sqrt{3}))^2 \Rightarrow v_i^2 = 225 + 25(4 - 3\sqrt{3})^2 \Rightarrow$$

$$v_i^2 = 225 + 25(16 - 12\sqrt{3} + 27) \Rightarrow v_i^2 = 225 + 400 - 300\sqrt{3} + 675 \Rightarrow$$

$$v_i^2 = 1300 - 300\sqrt{3} \Rightarrow v_i = 10\sqrt{13 - 3\sqrt{3}} \text{ m/s}$$

Não entendeu? Perguntaê: [daniilo@professordaniilo.com](mailto:daniilo@professordaniilo.com)

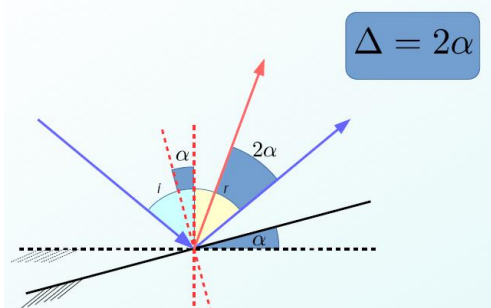
## 11. ROTAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO

↳ Seja um raio de luz incidindo em um espelho plano.

→ Seja a normal  $n$  a reta perpendicular ao espelho no ponto onde o raio atinge o espelho.

→ Seja  $r$  a reta perpendicular à esta normal, contida no plano deste espelho.

→ Se o espelho plano girar de um ângulo  $\alpha$  em torno da reta  $r$ , o raio refletido girará  $2\alpha$  em torno da mesma reta  $r$  e no mesmo sentido de rotação do espelho (horário ou anti-horário).



↳ Veja mais um vídeo do professor Danilo sobre rotação de um espelho plano

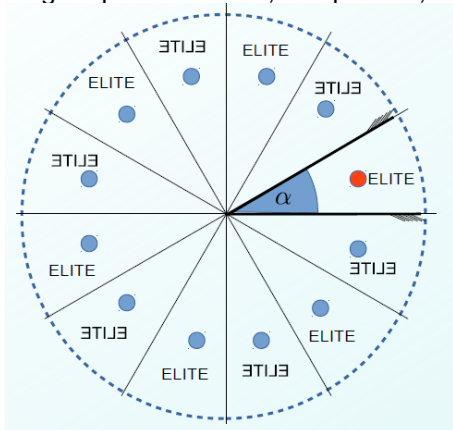
<https://youtu.be/nlP4tjTyhjw>

## 12. IMAGEM FORMADA POR DOIS ESPELHOS

↳ Sejam dois espelhos planos que formam um setor circular  $\alpha$ .

Quantas imagens serão formadas?

→ Utilizaremos a figura a seguir. Portanto, a cada item lido, volte à esta figura para entender, aos poucos, sua construção.



→ Para responder à esta pergunta, vamos primeiramente determinar quantos setores circulares, como o formado pelos dois espelhos, serão necessários para formar uma circunferência inteira.

$$\text{número de setores circulares} = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

→ Imagine um objeto colocado no setor circular formado por estes dois espelhos. Imagine um letreiro onde está escrito a palavra ELITE.

→ Note, na figura, que o número de setores corresponde à soma do número de imagens mais o objeto. Portanto, sendo  $n$  o número de imagens, este pode ser calculado por:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

→ Neste sentido, quais imagens são enantiomorfas e quais não são?

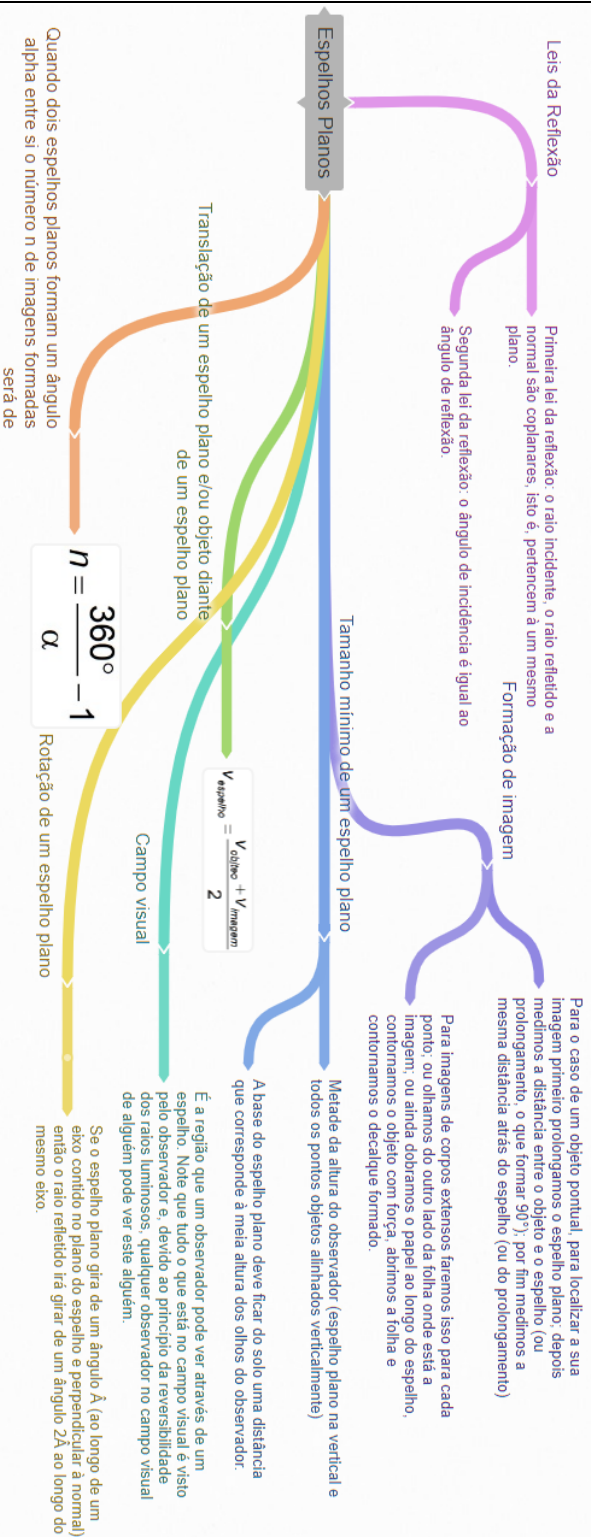
- Observe a figura, novamente, e perceba que a palavra ELITE alterna com sua forma enantiomorfa ETILE. Veja que isso ocorre pois temos imagens de imagens, conforme visto em sala de aula.

↳ Veja vídeo do professor Danilo sobre este assunto:

<https://youtu.be/u4yzLhi3ryk>

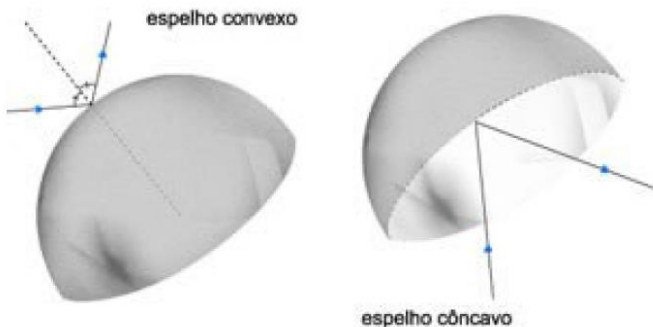
No SisQ, a lista "Os Espelhos Planos", pode ser feita por completo.



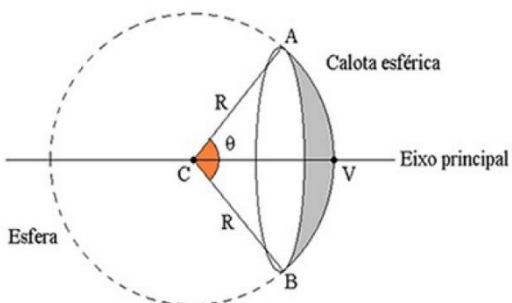


### 13. OS ESPELHOS ESFÉRICOS

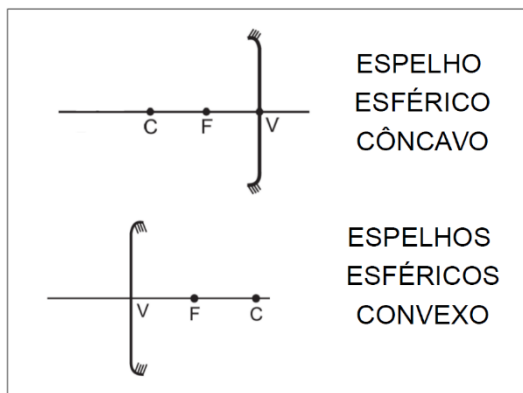
- Definição



- Elementos do espelho esférico



- Representação usual



- O ponto C é o centro do espelho
- O ponto V é a intersecção entre o eixo principal e o espelho (vértice)
- O foco (F) é o ponto médio entre o vértice (V) e o centro (C) do espelho
- Quando  $\theta$  é muito pequeno ( $\theta < 15$  graus) dizemos que o espelho é gaussiano

## a) RAIOS NOTÁVEIS

### RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CÔNCAVO

<https://youtu.be/4-MXnlosUtY> (vídeo mostrando os raios notáveis do espelho esférico côncavo)

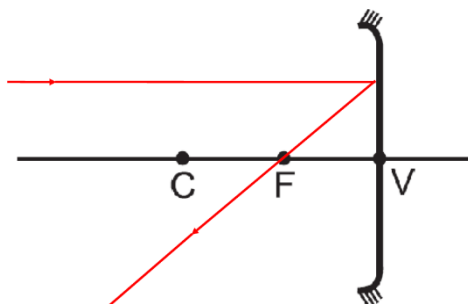


Figura 1: raio incidindo paralelamente ao eixo principal e saindo passando pelo foco

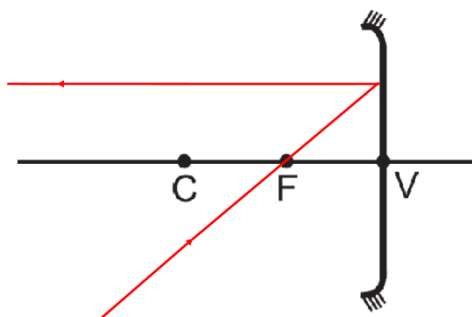


Figura 2: raio incidindo no foco e saindo paralelo ao eixo principal.

Note que se usarmos o princípio da reversibilidade dos raios de luz concluímos que o que é representado na figura 1 corresponde ao que é apresentado na figura 2.

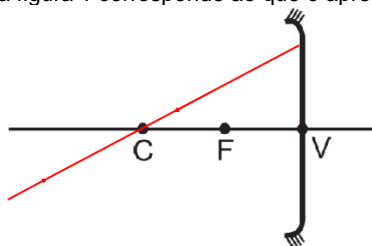


Figura 3: raio incidindo passando pelo centro do espelho e voltando pelo mesmo caminho

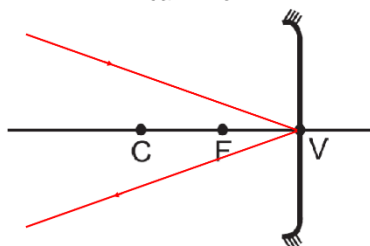


Figura 4: raio incidindo no vértice V do espelho. O ângulo entre o raio incidente e o eixo principal é igual ao ângulo entre o raio emergente (raio refletido) e o eixo principal

RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CONVEXO

<https://youtu.be/0kFHhT5ZFMk> (vídeo mostrando os raios notáveis do espelho esférico côncavo)

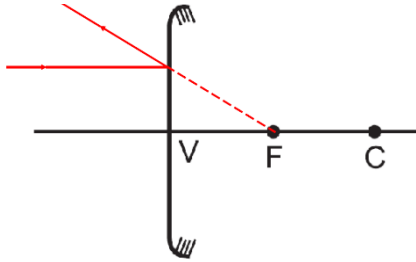


Figura 5: raio incidindo paralelamente ao eixo principal sairá na direção do foco. Note que o raio refletido não pode passar sobre o foco.

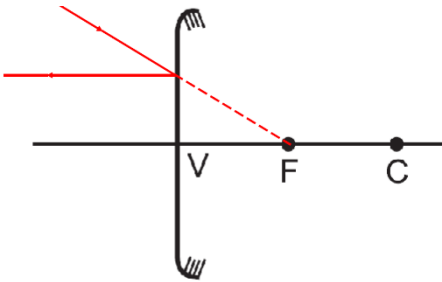


Figura 6: raio incidindo na direção do foco do espelho sai paralelamente ao eixo principal

Novamente, pelo princípio da reversibilidade dos raios de luz podemos concluir que a figura 5 e a figura 6 são equivalentes.

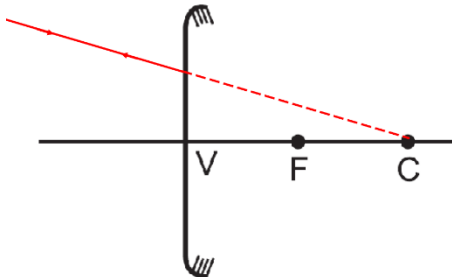


Figura 7: raio incidindo na direção do centro de curvatura volta pelo mesmo caminho que chegou

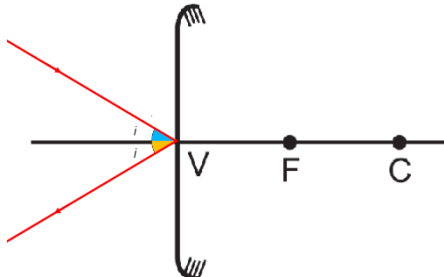


Figura 8: raio incidindo no vértice V do espelho. O ângulo entre o raio incidente e o eixo principal é igual ao ângulo entre o raio emergente (raio refletido) e o eixo principal

## b) LOCALIZANDO O FOCO SECUNDÁRIO

## ESPELHO CÔNCAVO

Seja um raio incidente num espelho esférico côncavo tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber, a priori, para onde o raio vai.

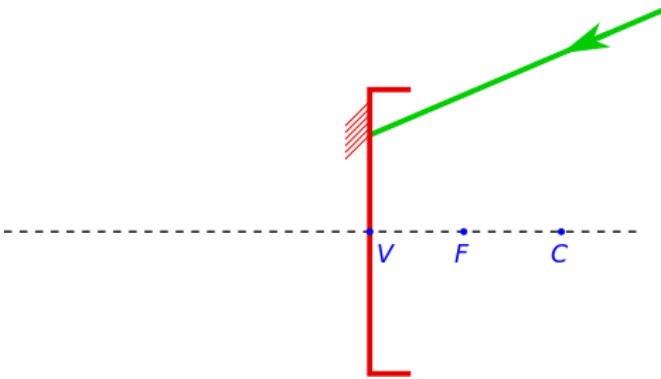


Figura 9: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raio notável.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio incidente passando pelo centro C do espelho, conforme figura 10, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 11.
- Por fim, o raio incidente irá passar pelo foco secundário assim obtido, conforme figura 12.

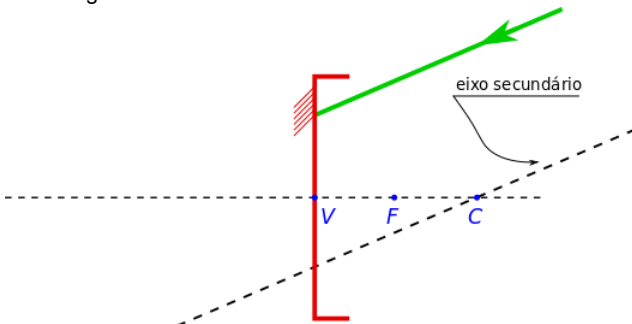


Figura 10: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

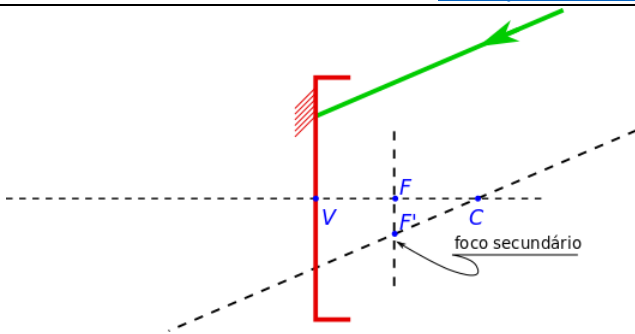


Figura 11: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário e essa reta vertical.

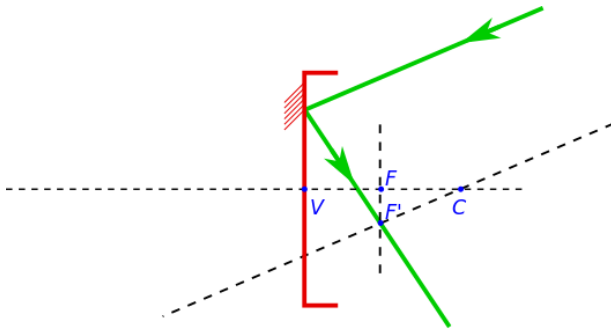


Figura 12: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá passar pelo foco secundário.

Chamamos de  $F'$  o foco secundário localizado no eixo secundário do espelho esférico côncavo.

### ESPELHO CONVEXO

O processo é praticamente o mesmo, mas vamos repeti-lo.

Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.

Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.

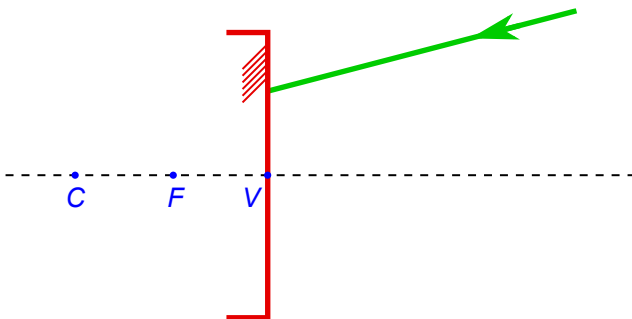


Figura 13: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raios notáveis.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio incidente passando pelo centro  $C$  do espelho, conforme figura 14, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 15.
- Por fim, o raio incidente sairá na direção do foco secundário assim obtido, conforme figura 16.

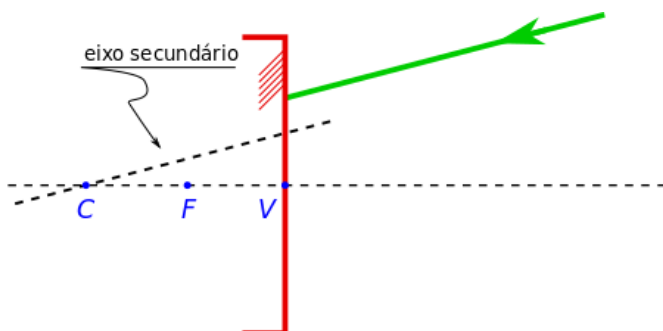


Figura 14: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

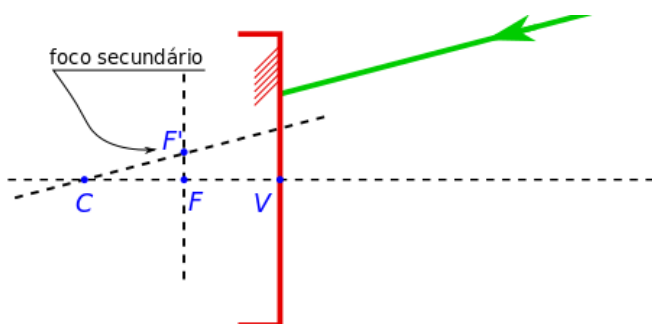


Figura 15: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário e essa reta vertical.

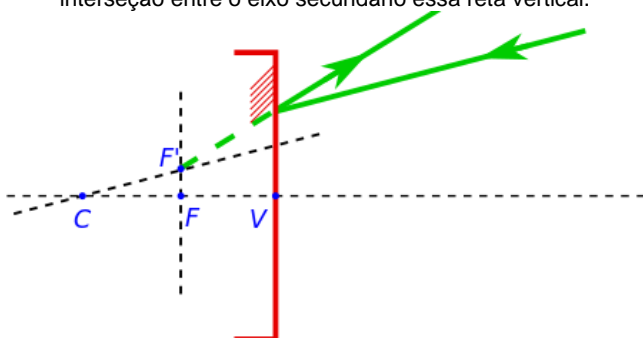


Figura 16: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá sair na direção do foco secundário, uma vez que é um espelho esférico convexo.

Chamamos de  $F'$  o foco secundário localizado no eixo secundário do espelho esférico convexo.

### RESUMINDO

Note que podemos ter novos raios notáveis. Resumindo para o caso dos espelhos côncavos:

- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai passando pelo foco secundário;
- Um raio que incide passando pelo foco secundário sai paralelo ao eixo secundário.

Agora para espelhos convexos:

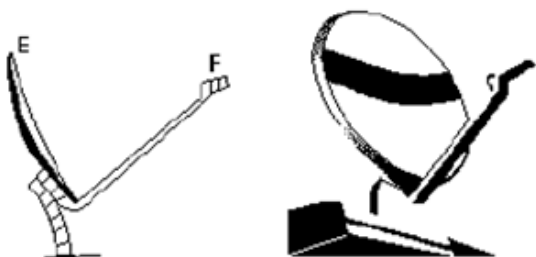
- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai na direção do foco secundário;
- Um raio que incide na direção do foco secundário, ao ser refletido, sai paralelo ao eixo secundário.

Note que o “centro de curvatura secundário” continua sendo no mesmo lugar, como tinha que ser.

Por fim, lembre-se que estamos falando de um espelho esférico gaussiano, ou seja, válido apenas para a aproximação paraxial (ângulos pequenos).

### CAIU NO VESTIBULAR

(UFSCAR) Os refletores das antenas parabólicas funcionam como espelhos esféricos para a radiação eletromagnética emitida por satélites retransmissores, localizados em órbitas estacionárias, a cerca de 36.000 km de altitude. A figura à esquerda representa esquematicamente uma miniantena parabólica, cuja foto está à direita, onde E é o refletor e F é o receptor, localizado num foco secundário do refletor.



a) Copie o esquema da figura da esquerda e represente o traçado da radiação eletromagnética proveniente do satélite retransmissor que incide no refletor E e se reflete, convergindo para o foco secundário F (faça um traçado semelhante ao traçado de raios de luz). Coloque nessa figura uma seta apontando para a posição do satélite.

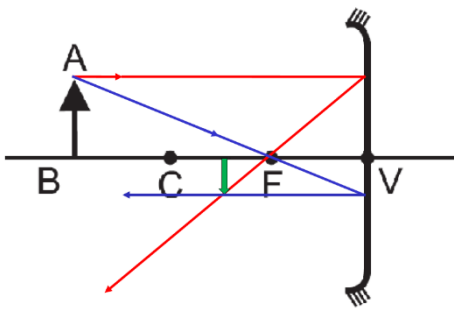
b) Nas miniantenas parabólicas o receptor é colocado no foco secundário e não no foco principal, localizado no eixo principal do refletor, como ocorre nas antenas normais. Por quê?

(Sugestão: lembre-se que a energia captada pelo refletor da antena é diretamente proporcional à área atingida pela radiação proveniente do satélite.)

### c) FORMAÇÃO DE IMAGENS: CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA

Figura 17: objeto além do centro de curvatura C no espelho esférico





côncavo. [Natureza:  
real; Orientação:  
invertida; Tamanho:  
menor.]

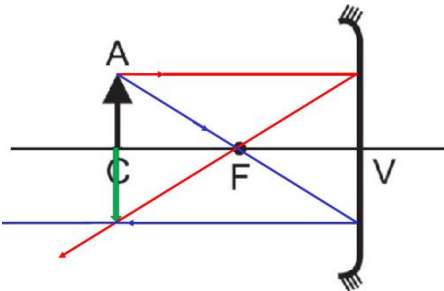


Figura 18: objeto localizado exatamente sobre o centro de curvatura C do espelho esférico côncavo.

[Natureza: real; Orientação: invertida; Tamanho: igual]

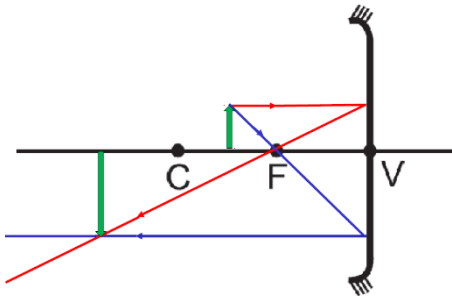


Figura 19: objeto entre o centro de curvatura C e o foco F de um espelho esférico côncavo. [Natureza: real; Orientação: invertida; Tamanho: maior.]

**IMPORTANTE:** se o objeto estiver sobre o foco, os raios que saírem de um ponto do objeto e atingirem o espelho sairão todos paralelos entre si, portanto não há encontro dos raios e, com isso, não haverá formação de imagem. Com isso dizemos que a imagem é imprópria.

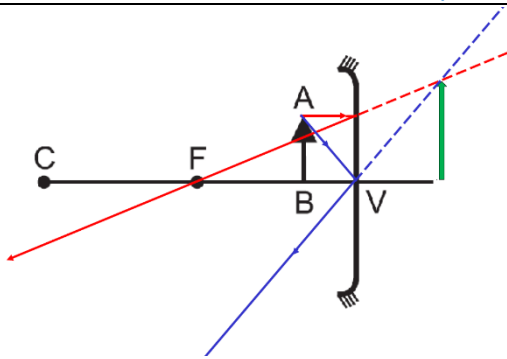


Figura 20: objeto entre o foco e o vértice V de um espelho esférico côncavo. [Natureza: virtual; Orientação: direita; Tamanho: maior.]

Perceba que até o momento só vimos os casos de formação de imagem para espelhos esféricos côncavos. A seguir, o único caso relevante, de formação e classificação de imagens, para o espelho esférico convexo.

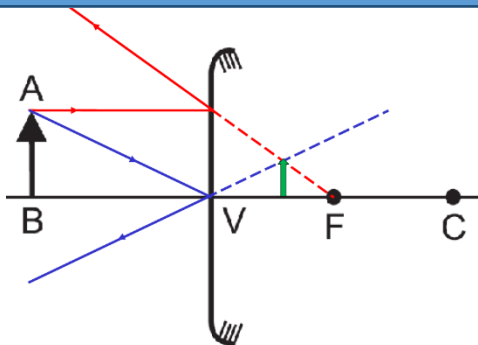


Figura 21: objeto diante de um espelho esférico convexo. Todos os casos de formação de imagem para um objeto em frente à um espelho esférico convexo serão iguais. [Natureza: virtual; Orientação: direita; Tamanho: menor.]

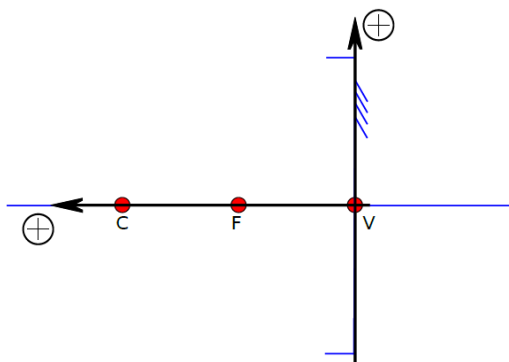
**IMPORTANTE:** perceba que toda imagem real é invertida e toda imagem virtual é direita

No SisQ, faça os exercícios de 1 a 21 da lista "Os Espelhos Esféricos".

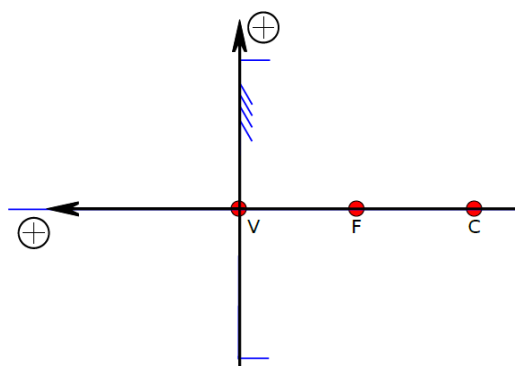
## d) FORMAÇÃO DE IMAGENS: EQUAÇÃO DE GAUSS

### i – O REFERENCIAL DE GAUSS

Espelho  
côncavo:



Espelho  
convexo



### ii – PADRÕES IMPORTANTES

$p$ : abscissa do objeto

$p'$ : abscissa da imagem

$y = o$ : ordenada do objeto

$y' = i$ : ordenada da imagem

$f$ : abscissa do foco

$2f$ : abscissa do centro do espelho

$p > 0$ : Objeto Real

$p' > 0$ : Imagem Real

$p < 0$ : Objeto Virtual

$p' < 0$ : Imagem Virtual

Se  $i$  e  $o$  tiverem o mesmo sinal, então a imagem é direita, já se tiverem sinais opostos ela é invertida. Segue então que:

$i \cdot o > 0$ : Imagem Direita

$i \cdot o < 0$ : Imagem Invertida

Com relação ao tipo de espelho:

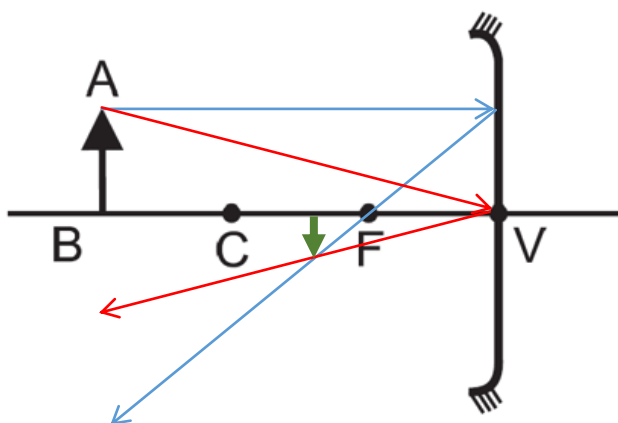
$f > 0$ : Espelho Côncavo

$f < 0$ : Espelho Convexo

iii – EQUAÇÃO DE GAUSS:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

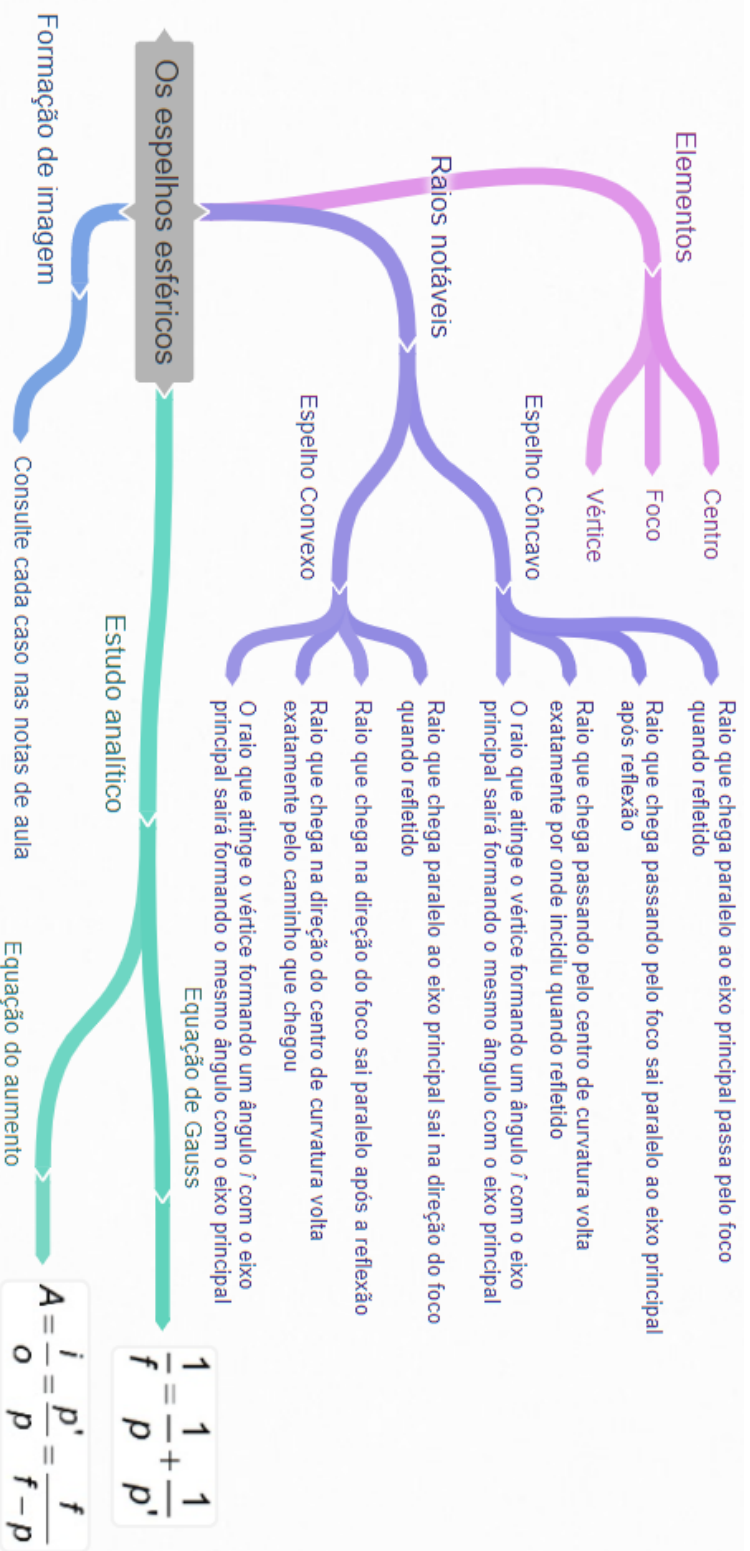
iv – EQUAÇÃO DO AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL



$$\frac{|o|}{|p|} = \frac{|i|}{|p'|} \Rightarrow \frac{|i|}{|o|} = \frac{|p'|}{|p|} \Rightarrow \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} = \frac{f}{f-p}$$

No SisQ, faça os exercícios de 24 a 52 da lista “Os Espelhos Esféricos”. O 51 é um bom desafio.



## 14. REFRAÇÃO E LEI DE SNELL-DESCARTES

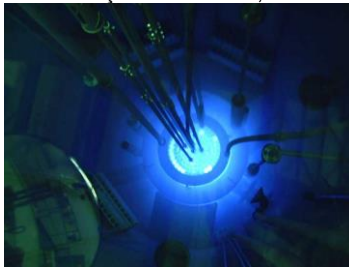
### a) VELOCIDADE DA LUZ

- ÍNDICE DE REFRAÇÃO

- A luz é a entidade mais rápida na natureza apenas quando ela se propaga no vácuo
- A máxima velocidade que qualquer coisa (seja matéria, energia ou apenas informação) é a chamada velocidade da luz
- Seu valor é de  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s
- Quando a luz se propaga em meios materiais ela será mais lenta que este valor
- Chamamos de índice de refração  $n$  a razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio em que estamos estudando a luz. Ou seja

$$n = \frac{c}{v}$$

Apenas por curiosidade, quando um elétron supera a velocidade da luz em um meio, o elétron emite radiação e esta radiação é chamada de radiação Cherenkov em homenagem ao cientista soviético Pavel Cherenkov (a coloração azul de reatores nucleares se deve à radiação Cherenkov, como na figura abaixo).



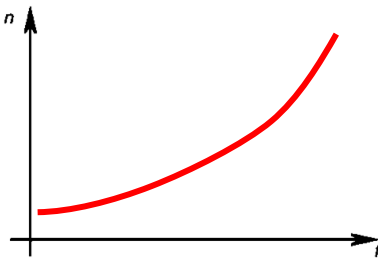
Fonte: <http://cienciaxreligiao.blogspot.com.br/2013/03/o-universo-dos-taquions-parte-3.html>

- Utilizamos a letra  $c$  para representar a velocidade da luz porque o fato da velocidade da luz ter um certo limite influencia a relação de causalidade entre fenômenos
- Lembre-se, no entanto, que a velocidade da luz é constante ( $c$ ).

Na tabela a seguir vemos alguns valores de índices de refração

Meio material	Índice de refração ( $n$ )
ar	1,00
água	1,33
vidro	1,50
glicerina	1,90
álcool etílico	1,36
diamante	2,42
acrílico	1,49

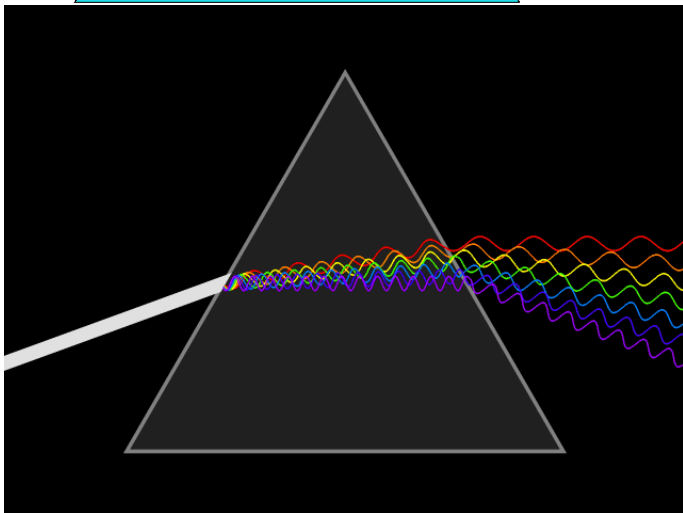
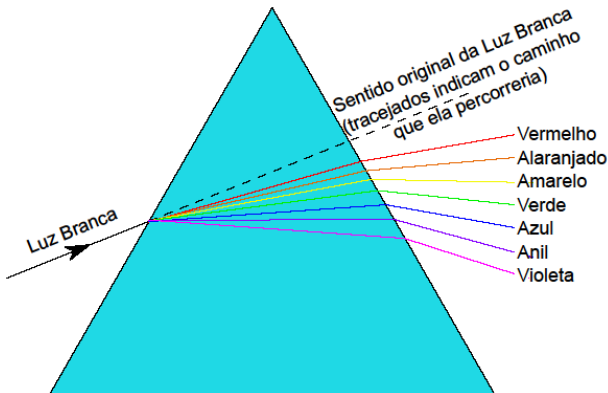
- Em breve estudaremos ondas e veremos que o índice de refração depende da frequência e que quanto maior a frequência da radiação, tanto maior será o índice de refração



Índice de refração do vidro crown	
Cor	Índice
Violeta	1,532
Azul	1,528
Verde	1,519
Amarelo	1,517
Alaranjado	1,514
Vermelho	1,513

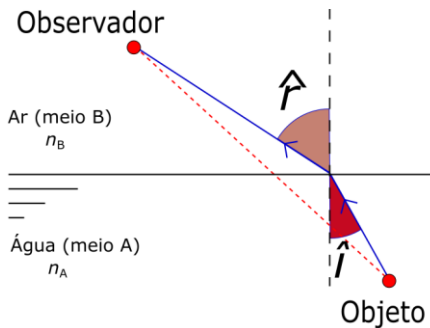
- Observe que apesar de ter certa dependência, esta não é tão perceptível, porém isso que explica a dispersão da luz, como visto em aulas passadas.
- Dizemos que um meio B é mais refringente que um meio A quando  $n_B > n_A$
- ÍNDICE DE REFRAÇÃO RELATIVO
  - Podemos definir um índice de refração de um meio A em relação ao meio B como

$$n_{AB} = \frac{n_A}{n_B}$$



## b) PRINCÍPIO DE FERMAT

- Lembre-se que a luz procura não o menor caminho, mas o que leva o menor tempo
- Chamamos de dioptro à interface entre dois meios (A e B) homogêneos. Um exemplo disso é o sistema ar-água como a seguir



- Não faremos aqui, mas é possível demonstrar uma relação entre os índices de refração dos meios e os ângulos de incidência  $\hat{i}$  e de refração  $\hat{r}$ .
- Com isso podemos concluir que
  - Quando um raio vai de um meio menos refringente para um meio mais refringente o raio se aproxima da normal
  - Quando um raio vai de um meio mais refringente para um meio menos refringentes o raio se afasta da normal

## c) LEI DE SNELL-DESCARTES

- O resultado da aplicação apresentada anteriormente para o Princípio de Fermat pode servir para provar a chamada lei de Snell-Descartes. A saber:

$$n_A \cdot \text{sen} \hat{i} = n_B \cdot \text{sen} \hat{r}$$

No SisQ, toda a lista de nome "Refração e lei de Snell-Descartes" podem ser resolvidos

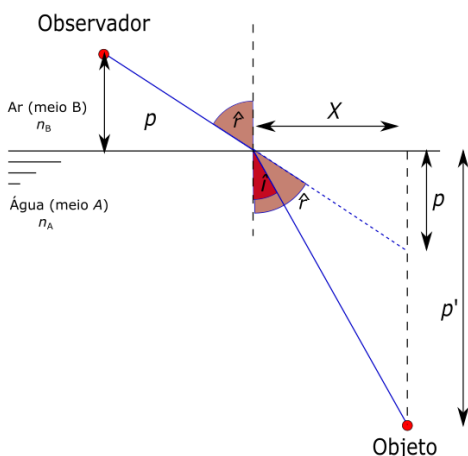
## 15. DIOPTRIO PLANO E REFLEXÃO TOTAL

### Dioptro plano

- A interface entre dois meios com propriedades ópticas diferentes, como água e ar, é chamado de dioptro. Vamos estudar agora o caso em que essa interface é plana.
- Quando o observador em um meio A com índice de refração  $n_A$  olha um objeto dentro de um outro meio com índice de refração  $n_B$  de tal forma que o ângulo de incidência  $\hat{i}$  e de refração  $\hat{r}$  sejam pequenos, podemos encontrar uma equação que relaciona as posições do objeto  $p$  e imagem  $p'$  com os índices de refração. Vejamos como.



- Observe primeiramente a figura a seguir onde representamos além das variáveis já mencionadas, uma distância horizontal entre a normal do ponto onde o raio incide na interface e a vertical do objeto.
- Aqui é importante mencionar que isso só é certo se o objeto e observador estiverem na mesma vertical, ou seja,  $\hat{i} = \hat{r} = 0$ . Se, no entanto, considerarmos os ângulos  $\hat{i}$  e  $\hat{r}$  muito pequenos podemos assumir que a imagem do objeto e o objeto estão na mesma vertical.



Para aproximação para pequenos ângulos temos que

$$\begin{cases} \text{sen } \hat{i} \approx \text{tan } \hat{i} \approx \hat{i} \\ \text{sen } \hat{r} \approx \text{tan } \hat{r} \approx \hat{r} \end{cases}$$

desde que estejamos trabalhando com unidades de medidas de ângulos em radianos.

Com estas informações podemos substituir os senos que aparecem na lei de Snell por tangentes, isto é:

$$\begin{aligned} n_A \cdot \text{sen } \hat{i} &= n_B \cdot \text{sen } \hat{r} \Rightarrow \\ n_A \cdot \text{tan } \hat{i} &\approx n_B \cdot \text{tan } \hat{r} \end{aligned}$$

Mas pela figura anterior podemos encontrar as tangentes:

$$\begin{cases} \text{tan } \hat{i} = \frac{X}{p'} \\ \text{tan } \hat{r} = \frac{X}{p} \end{cases}$$

Substituindo as equações do sistema acima na equação da lei de Snell anterior ao sistema temos a relação do dióptro plano:

$$n_A \cdot \frac{x}{p'} \approx n_B \cdot \frac{x}{p} \Rightarrow \boxed{\frac{n_A}{n_B} \approx \frac{p'}{p}}$$

Esta é a equação do dioptro plano e você deve ter cuidado ao usá-la, pois ela é válida apenas quando objeto e observador estiverem numa mesma vertical.

É recomendável que memorize esta fórmula, embora você deva saber também como demonstrá-la.

### Reflexão Total

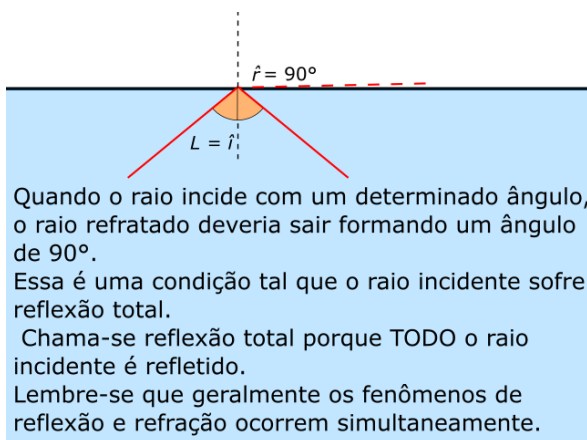
- Imagine um raio de luz indo do meio mais para o meio menos refringente.
- Aumentando-se o ângulo de incidência aumenta-se o ângulo de refração.
- Existe um ângulo chamado de ângulo limite  $\hat{L}$  tal que se o raio incidente refratar e sai formando um ângulo  $\hat{r} = 90^\circ$ . Assim, se  $\hat{i} = \hat{L}$  temos:

$$n_A \cdot \text{sen} \hat{i} = n_B \cdot \text{sen} \hat{r} \Rightarrow$$

$$n_A \cdot \text{sen} \hat{L} = n_B \cdot \text{sen} 90^\circ \Rightarrow$$

$$\boxed{\text{sen} \hat{L} = \frac{n_B}{n_A}}$$

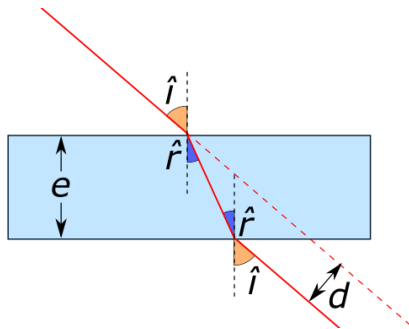
Observe a figura a seguir, isso deve lhe ajudar:



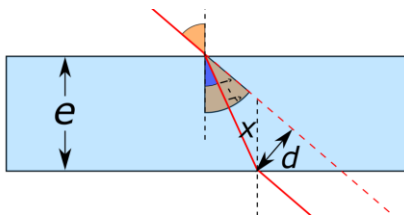
Falamos sobre lâminas de faces paralelas, mas não foi demonstrada a fórmula do desvio lateral.

## 16. LÂMINAS DE FACES PARALELAS

- Uma lâmina de material transparente, tais como vidros planos de carros, janelas etc. constituem lâminas de faces paralelas.
- Representamos da seguinte maneira um raio de luz atravessando uma lâmina de faces paralelas



- Observe que um raio incidente na lâmina sofre um desvio lateral  $d$ , ou seja, a direção e o sentido de propagação da luz não mudam quando ela atravessa uma lâmina de faces paralelas
- Se soubermos a espessura  $e$  da lâmina e o ângulo de incidência, podemos determinar o desvio lateral.
- Primeiramente vamos determinar  $x$  e  $y$  conforme a figura a seguir



- Vamos ter que utilizar um pouco de matemática. Observe que as seguintes relações são válidas:

$$\begin{cases} \cos \hat{r} = \frac{e}{x} \\ \text{sen}(\hat{i} - \hat{r}) = \frac{d}{x} \end{cases} \Rightarrow$$

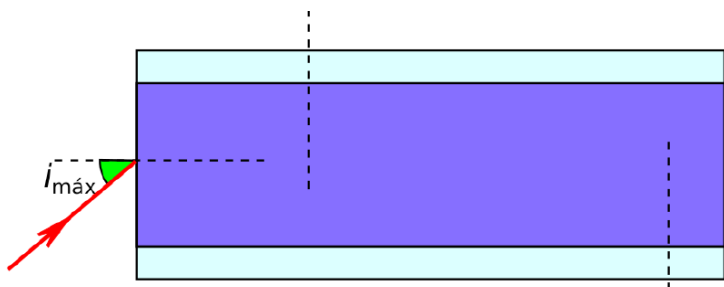
$$\begin{cases} x = \frac{e}{\cos \hat{r}} \\ d = x \cdot \text{sen}(\hat{i} - \hat{r}) \end{cases} \Rightarrow$$

$$d = e \frac{\text{sen}(\hat{i} - \hat{r})}{\cos(\hat{r})}$$

## 17. FIBRA ÓPTICA

- Atualmente estamos utilizando ondas eletromagnéticas com frequências tão altas que chegaram na frequência do visível

- Fibras ópticas são como “fios” que são capazes de direcionar a luz
- Para isso a luz deve ser “aprisionada” dentro de um meio óptico



- Seja uma fibra óptica imersa em um meio (geralmente o ar) cujo índice de refração é  $n_{ar}$ , com centro tendo índice de refração  $n_{in}$  e revestido por material de índice de refração  $n_{rev}$
- Vamos determinar qual o maior ângulo de incidência que o raio pode ter.

$$n_{ar} \cdot \text{sen}i_{\text{máx}} = n_{in} \cdot \text{sen}r \Rightarrow$$

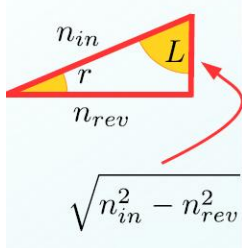
$$\text{sen}r = \frac{n_{ar} \cdot \text{sen}i_{\text{máx}}}{n_{in}}$$

$$\text{sen}L = \frac{n_{rev}}{n_{in}}$$

$$\text{sen}r = \frac{\sqrt{n_{in}^2 - n_{rev}^2}}{n_{in}}$$

$$\text{sen}i_{\text{máx}} = \frac{\sqrt{n_{in}^2 - n_{rev}^2}}{n_{ar}}$$

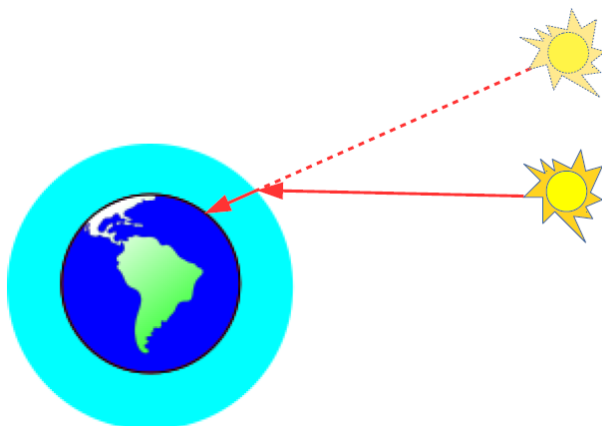
Usamos o triângulo a seguir para finalizar as contas:



- Utilizamos também a condição para reflexão total (necessário para que a luz se mantenha dentro da fibra).

## 18. POSIÇÃO APARENTE DOS ASTROS E MIRAGEM

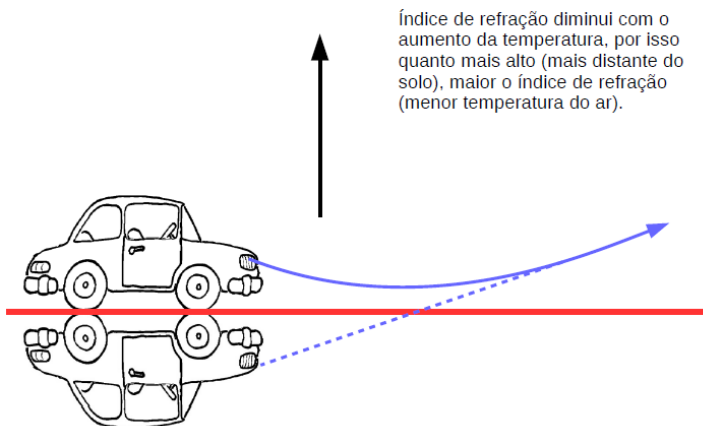
### (A) Posição aparente dos astros



- Como o índice de refração do ar não é EXATAMENTE igual à 1, a luz proveniente dos astros sofre refração ao entrar na atmosfera, aproximando-se da normal.

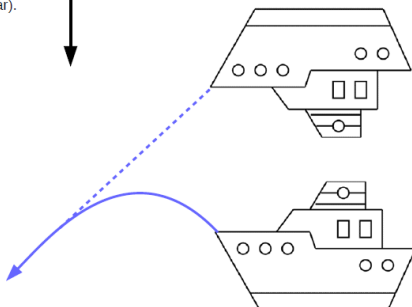
### (B) Miragem

- Em dias quentes, temos a impressão que o asfalto à nossa frente é quase que como um lago



- Como o índice de refração do ar mais quente é menor, a luz é desviada
- É importante notar que não ocorre em momento algum a reflexão total tal como vemos anteriormente, já que a direção dos raios muda lentamente
- Podemos utilizar então o princípio da reversibilidade da luz para justificar que a luz deve “entortar” para cima, e não sair paralelamente ao solo
- Mas cuidado, pois já caiu em vestibular mais de uma vez em que a resposta certa associa o fenômeno à reflexão total
- Mas, e se o dia for frio, podemos ver miragens? Sim... Vejamos a Fata Morgana

Índice de refração diminui com o aumento da temperatura, por isso quanto mais alto (mais distante do solo), MENOR o índice de refração (MAIOR a temperatura do ar).



- O professor está falando sério? Prove, mostre fotos...

### MIRAGEM NO DESERTO (NÃO HÁ ÁGUA A FRENTE):



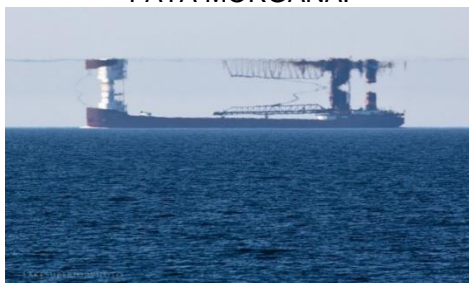
Disponível em: <https://thumbs.dreamstime.com/b/miragem-no-deserto-13581435.jpg>

Mais fotos? Mais uma então:



Disponível em: <https://www.fatosdesconhecidos.com.br/wp-content/uploads/2015/02/2113-600x450.jpg>

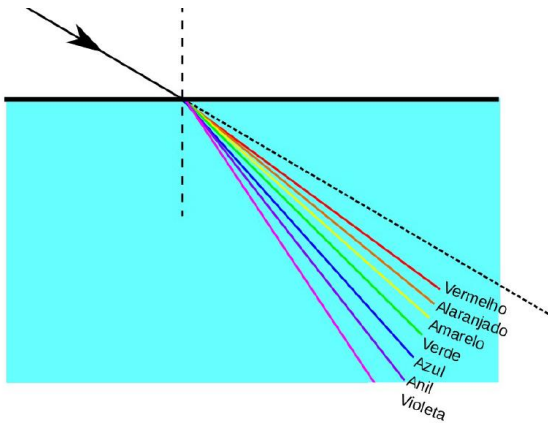
### FATA MORGANA:



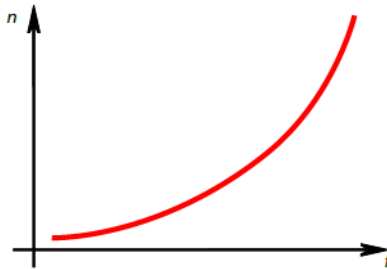
Disponível em <https://mgtvwhrm.files.wordpress.com/2015/05/mirage1.jpg?w=650>

## 19. DISPERSÃO CROMÁTICA

- Se a luz branca atravessar um dióptro ela irá se dispersar, isto é, as cores serão separadas

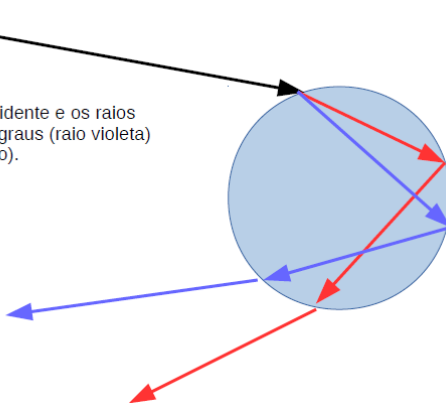


- Lembre-se que a velocidade da luz para todas as frequências é a mesma no vácuo.
- Mas quando as ondas se propagam em meios materiais, quanto maior a frequência menor a velocidade. Então, segundo a Lei de Snell, podemos ver que a onda mais lenta sofre maior desvio.



- Por fim, isso explica os arco-íris

O ângulo entre o raio incidente e os raios refratados variam de 40 graus (raio violeta) à 42 graus (raio vermelho).



- Explique por que ao olhar o arco-íris vemos a parte vermelha acima e a azul em baixo. Isso não parece ser contraditório com o que foi apresentado aqui?
- Resposta parcial: não é contraditório. Tente entender por que...

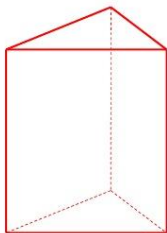
No SisQ, toda a lista, da apostila 1, de nome "Díoptro plano e reflexão total" podem ser resolvidos

## 20. PRISMAS

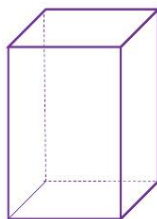
### (A) Prisma – introdução

- O que é um prisma?

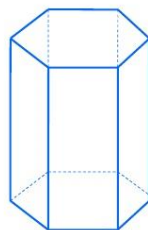
### CLASSIFICAÇÃO



**Prisma  
Triangular**



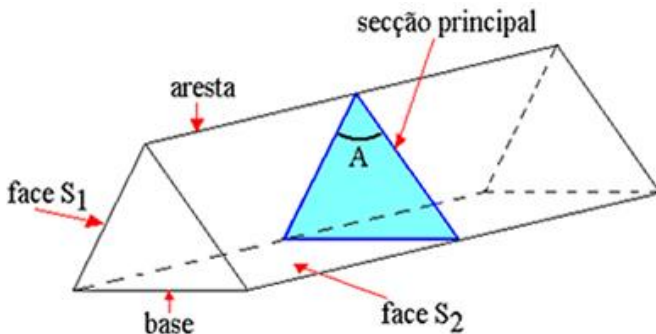
**Prisma  
Quadrangular**



**Prisma  
Hexagonal**

Disponível em: <https://3.bp.blogspot.com/-NdqnllPVzMU/V7XxILTS9wI/AAAAAAAAAL8/r1rmj5EgbMMPoOrS6ffqgevGxrlr72mfQCLcB/s1600/prismas-3-728.jpg>

- Na física vamos trabalhar apenas com o prisma de base triangular e o representaremos por um simples triângulo

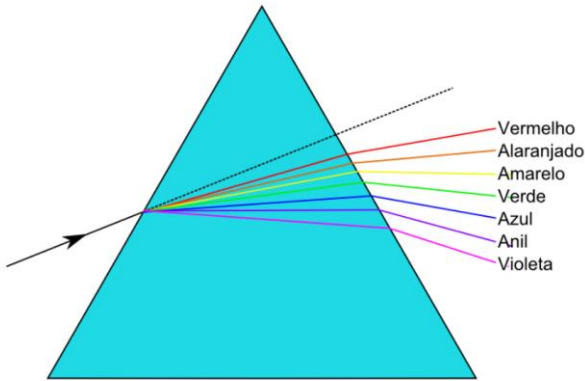


Disponível em: <http://alunosonline.uol.com.br/upload/conteudo/images/prisma-triangular.jpg>

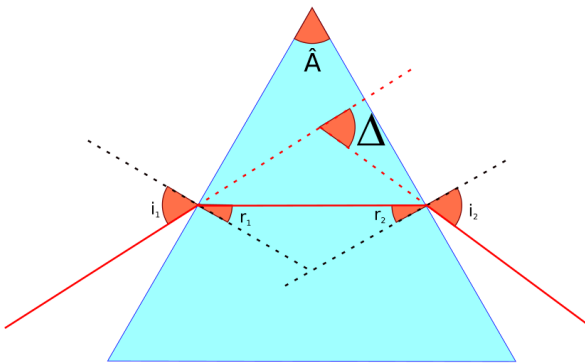
- Chamaremos o ângulo de abertura  $\hat{A}$  do prisma de ângulo de refração do prisma



(B) Dispersão



(C) Desvio mínimo



- Chamamos de desvio  $\Delta$  o desvio angular sofrido pelo raio incidente ao atravessar o prisma

$$\Delta = i_1 - r_1 + i_2 - r_2$$

$$A + (90^\circ - r_1) + (90^\circ - r_2) = 180^\circ \Rightarrow A = r_1 + r_2$$

- Se variarmos o ângulo de incidência,  $\Delta$  poderá ter um valor mínimo que chamaremos de  $\delta$

## 21. LENTES ESFÉRICAS

### (A) DIOPTRIO ESFÉRICO

- A figura abaixo apresenta uma ideia do que seria um dioptrio esférico: imagine duas esferas de vidro. Agora imagine que fazemos uma interseccionar a outra; por fim, selecionamos apenas a interseção.

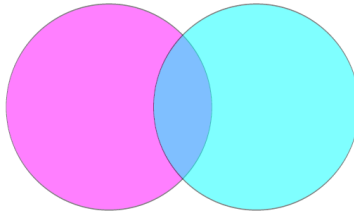


Figura 1: Interseção de duas esferas

- Com esta interseção podemos formar o que chamamos de dioptrio esférico e então podemos definir o que seria raio de curvatura.



Figura 2: A interseção forma uma lente esférica

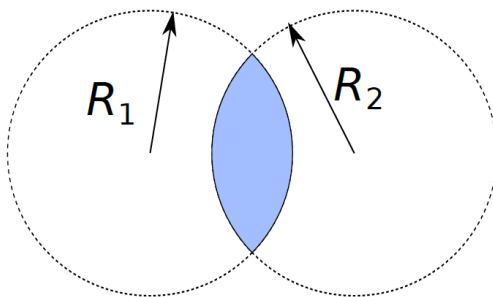


Figura 3: Raios de curvatura

- Vamos estudar lentes esféricas delgadas. Isso significa que a espessura  $e$  da lente deve ser bem pequena comparada com os raios de curvatura das partes que formam as lentes.

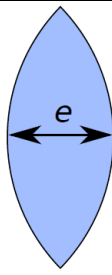
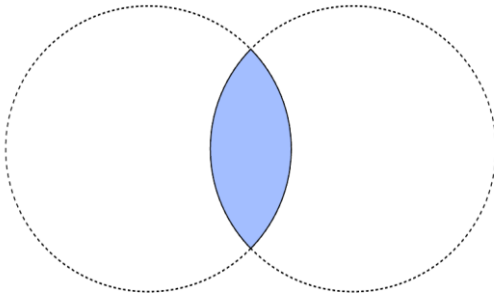


Figura 4: Lentes delgadas:  $e \ll R$

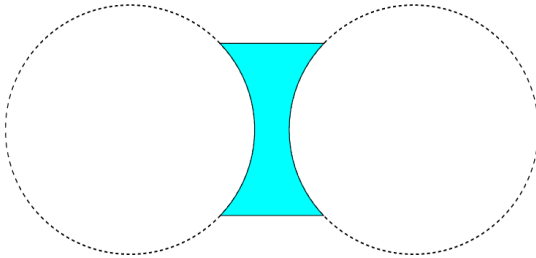
**(B) NOMENCLATURA**

- Para nomear, começamos com a face de raio maior primeiro

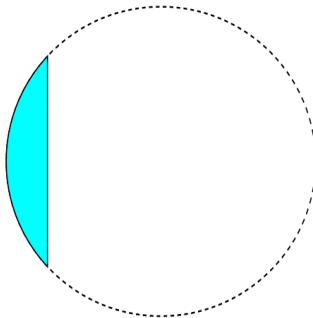
**LENTE BICONVEXA**



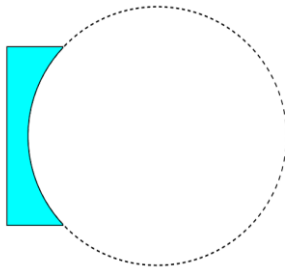
**LENTE BICÔNCAVA**



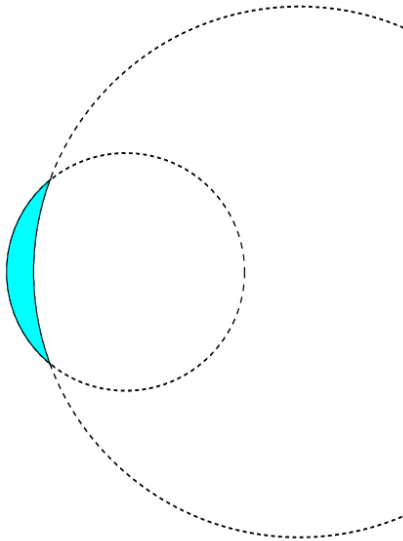
**LENTE PLANO-CONVEXA**



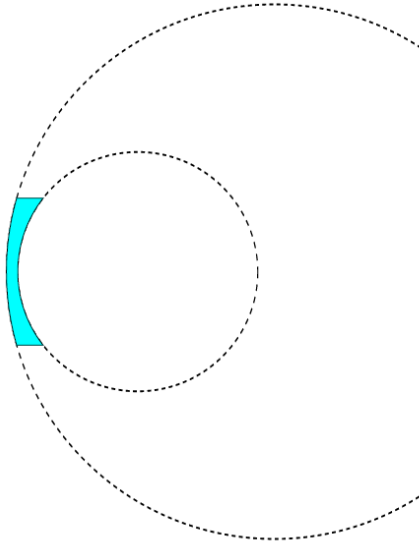
LENTE PLANO CÔNCAVA



LENTE CÔNCAVA-CONVEXA

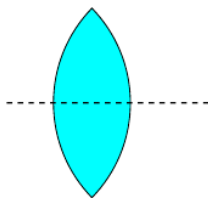


LENTE CONVEXA-CÔNCAVA

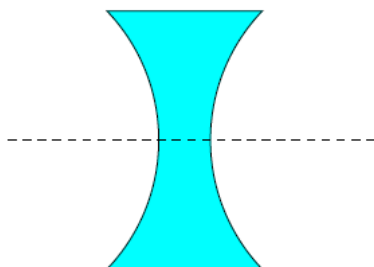


(C) COMPORTAMENTO ÓPTICO

LENTE DE BORDOS FINOS

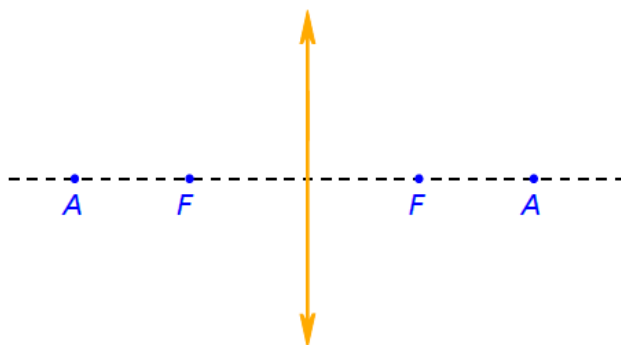


LENTE DE BORDOS GROSSOS



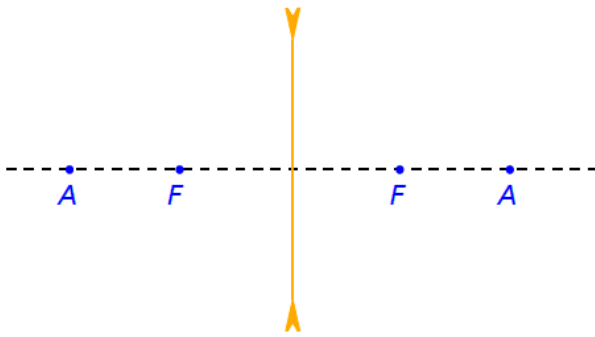
- Vamos estudar o comportamento óptico das lentes esféricas delgadas considerando que elas sejam feitas de material cujo índice de refração seja maior que o índice de refração do meio em que estejam inseridas
- Representaremos as lentes esféricas delgadas de forma mais simples. Vejamos a representação de uma lente de bordos finos (que diremos ser convergente, uma vez que em geral a lente terá índice de refração maior que do meio em que se encontra).

LENTE CONVERGENTE (BORDOS FINOS)



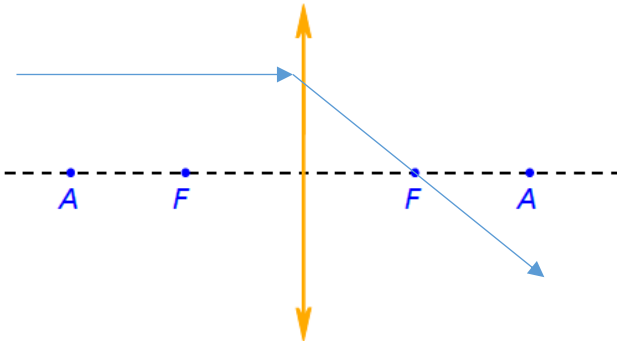
- Lentes de bordos grossos terá representação similar:

LENTE DIVERGENTE (BORDOS GROSSOS)

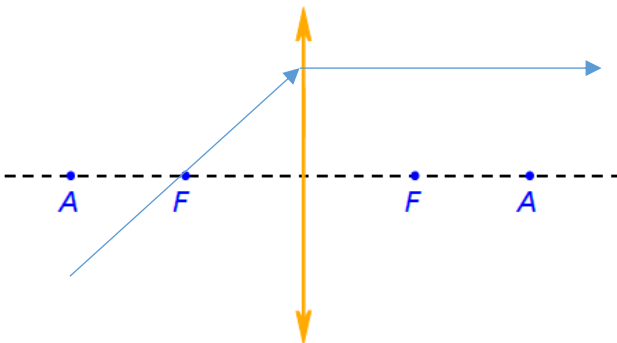


(D) RAIOS NOTÁVEIS

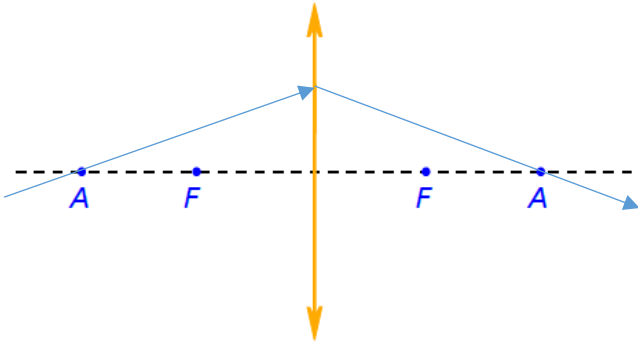
- **Vamos começar com a lente convergente (bordos finos).**
- Raio que chega paralelo ao eixo principal passa pelo foco



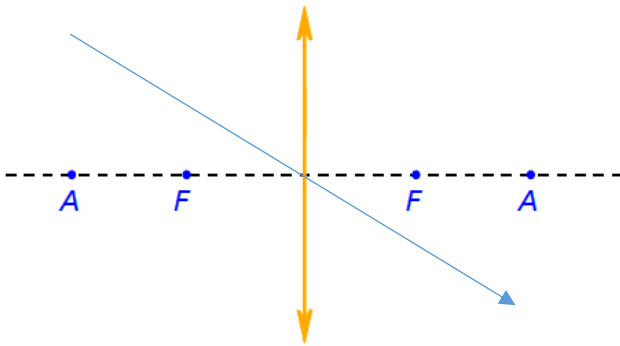
- Raio que chega passando pelo foco sai paralelo



- Raio que chega passando pelo antiprincipal sai passando pelo outro antiprincipal

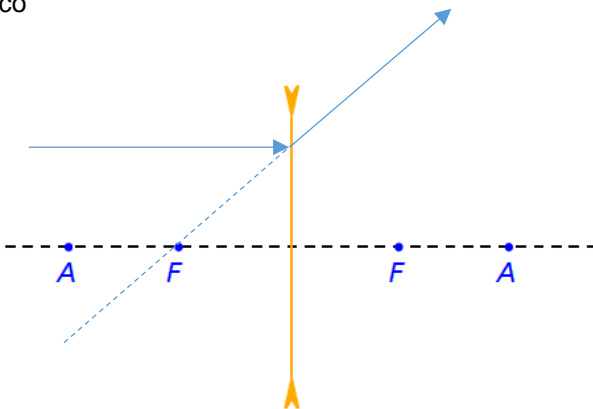


- Raio que chega passando pelo vértice não sofre desvio

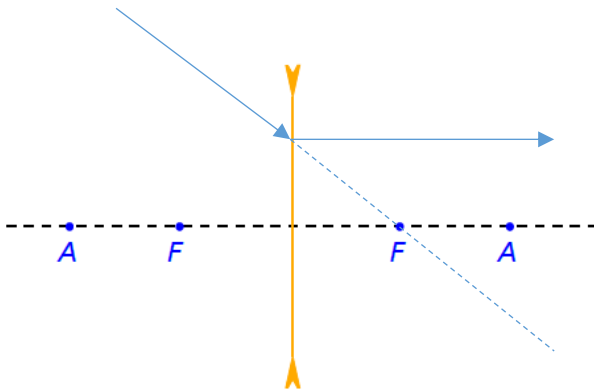


- **Vamos ver agora os raios notáveis para a lente divergente (bordos grossos).**

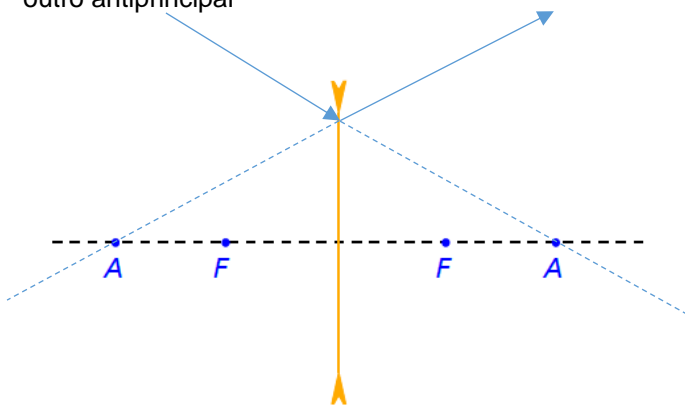
- Raio que chega paralelo ao eixo principal sai na direção do foco



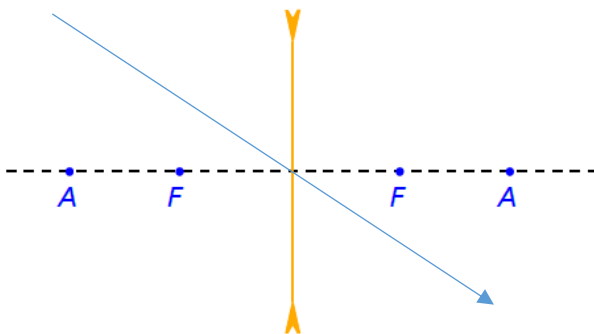
- Raio que chega na direção do foco sai paralelo



- Raio que chega na direção do antiprincipal sai na direção do outro antiprincipal



- Raio que chega passando pelo vértice não sofre desvio





## (E) FORMAÇÃO DE IMAGENS

Para praticar, você pode imprimir um material quadriculado para fazer os raios, conforme feito em aula:

CLIQUE AQUI

Você também pode baixar uma apresentação de slides para te ajudar a preencher a folhinha.

Slides

Vamos aqui apenas colar os slides finais da apresentação.  
**LENTES CONVERGENTES**

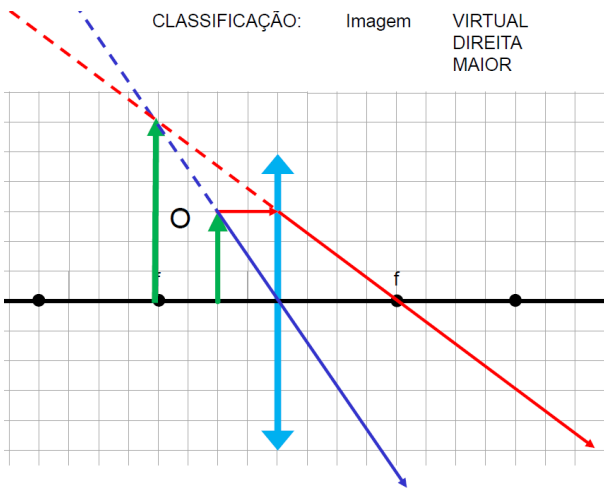


Figura 1: Objeto entre o vértice e o foco

### IMAGEM IMPRÓPRIA

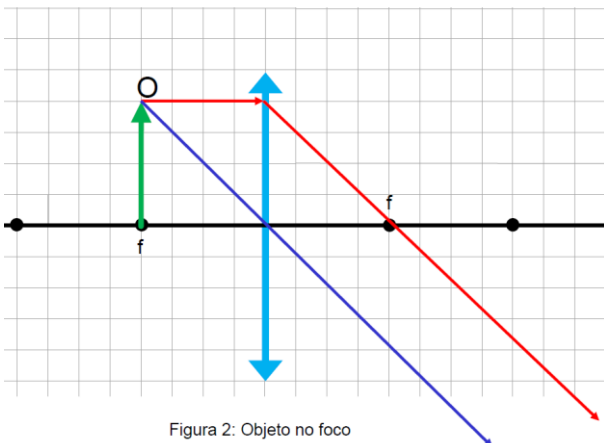


Figura 2: Objeto no foco

CLASSIFICAÇÃO: Imagem REAL INVERTIDA MAIOR

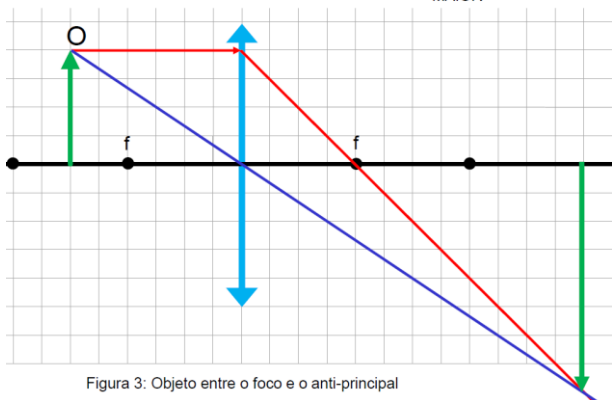


Figura 3: Objeto entre o foco e o anti-principal

CLASSIFICAÇÃO: Imagem REAL INVERTIDA IGUAL

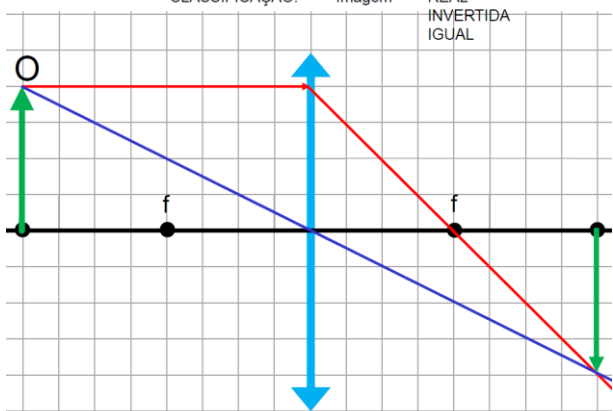


Figura 4: Objeto no anti-principal

CLASSIFICAÇÃO: Imagem REAL INVERTIDA MENOR

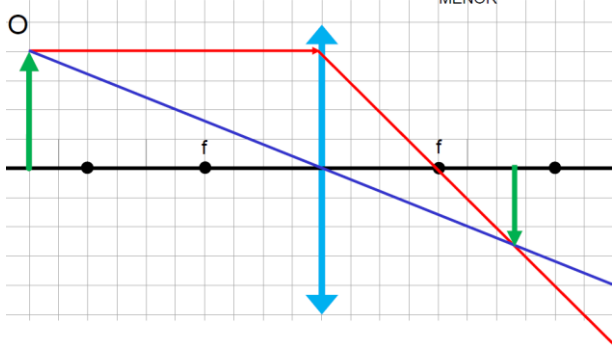


Figura 5: Objeto além do anti-principal

CLASSIFICAÇÃO: Imagem PONTUAL, REAL E LOCALIZADA NO FOCO IMAGEM

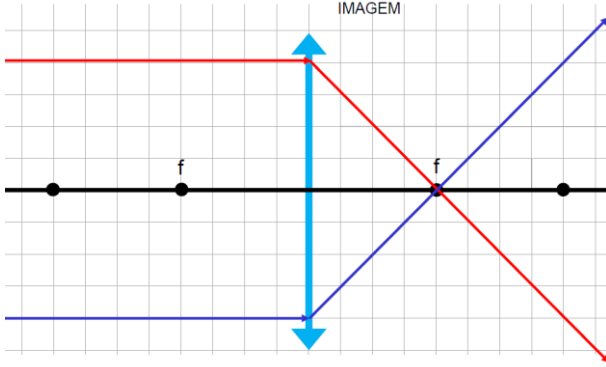


Figura 6: Objeto no "infinito"

LENTE DIVERGENTES

CLASSIFICAÇÃO: Imagem VIRTUAL DIREITA MENOR

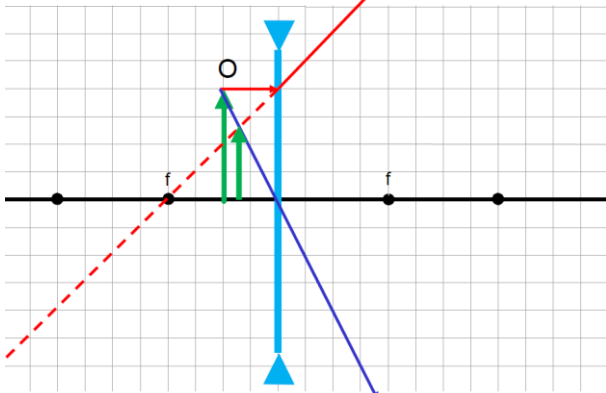


Figura 7: Objeto entre o vértice e o foco

CLASSIFICAÇÃO: Imagem VIRTUAL DIREITA MENOR

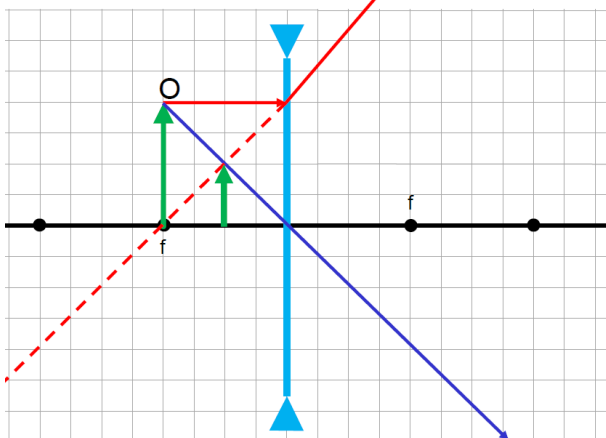


Figura 8: Objeto no foco

CLASSIFICAÇÃO:

Imagem

VIRTUAL  
DIREITA  
MENOR

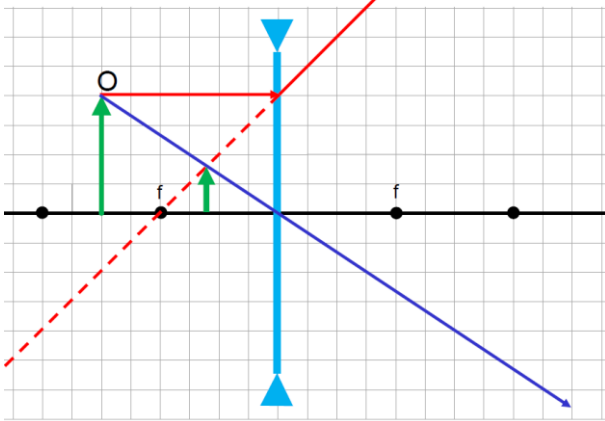


Figura 9: Objeto entre o foco e o anti-principal

CLASSIFICAÇÃO:

Imagem

VIRTUAL  
DIREITA  
MENOR

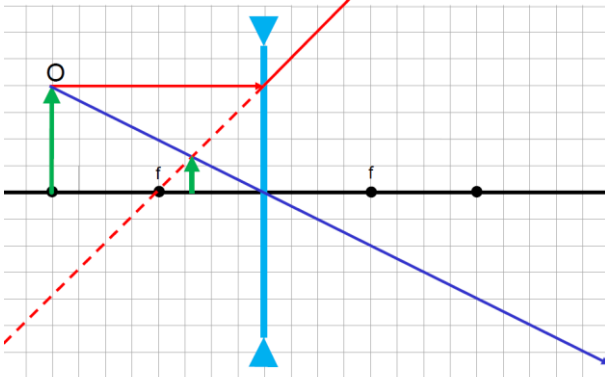


Figura 10: Objeto no anti-principal

CLASSIFICAÇÃO:

Imagem

VIRTUAL  
DIREITA  
MENOR

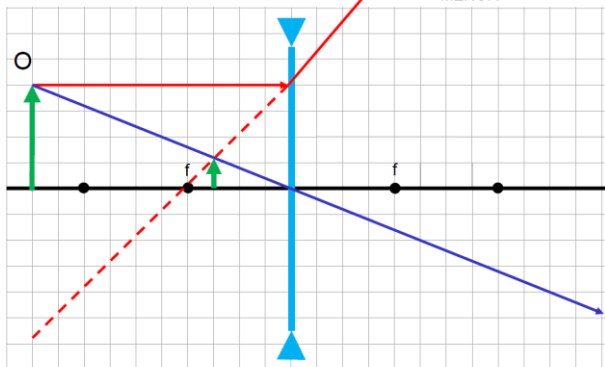


Figura 11: Objeto além do anti-principal

CLASSIFICAÇÃO: Imagem PONTUAL E LOCALIZADA NO FOCO IMAGEM DA LENTE

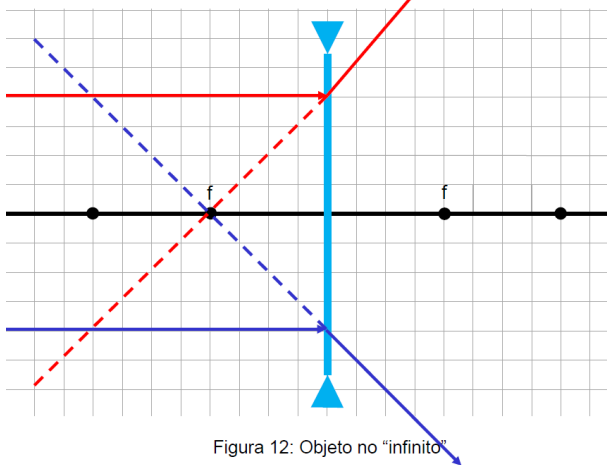
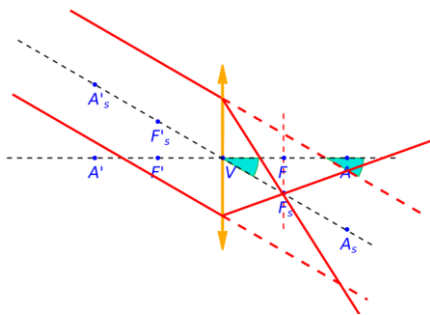


Figura 12: Objeto no "infinito"

### (F) FOCO SECUNDÁRIO

- Se raios chegarem paralelos entre si, mas não paralelos ao eixo principal, como proceder?
- Primeiro desenhe um eixo que passe pelo vértice da lente e que seja paralelo aos raios incidentes (chamaremos este eixo de eixo secundário)
- Segundo, trace retas perpendiculares ao eixo principal que passa pelos pontos notáveis. Esta reta cruzará o eixo secundário nos focos e antiprincipais secundários
- Os raios se cruzam no foco imagem secundário



### (G) REFERENCIAL DE GAUSS

- Para um estudo analítico devemos primeiro escolher um referencial.
- Esse referencial é chamado de referencial de Gauss e associa coordenadas reais (onde realmente passam os raios) com sinal positivo enquanto as coordenadas virtuais (por onde representamos apenas os prolongamentos) associa-se a sinal negativo.
- No caso das lentes, as convenções de sinais são as mesmas que para os espelhos:

- $p$ : abscissa do objeto
- $p'$ : abscissa da imagem
- $y=0$ : ordenada do objeto
- $y'=i'$  ordenada da imagem
- $f$ : abscissa do foco
- Para objetos reais:
  - $p > 0$
- Para objetos virtuais:
  - $p < 0$
- Geralmente, consideramos a abscissa dos Objetos positivas:
  - $o > 0$
- Se a imagem for direita, em geral temos
  - $i > 0$
- Se a imagem for invertida, em geral temos
  - $i < 0$
- A rigor, a imagem é invertida quando  $o$  e  $i$  possuem sinais opostos e direita quando possuem mesmo sinal
- Para imagens reais:
  - $p' > 0$
- Para objetos virtuais:
  - $p' < 0$
- Lente convergente:
  - $f > 0$
- Lente divergente:
  - $f < 0$
- Diferente dos espelhos, as imagens reais estarão do lado oposto em relação aos objetos reais, então devemos adotar dois referenciais de Gauss para cada tipo de lente: um para objetos e outro para imagens.

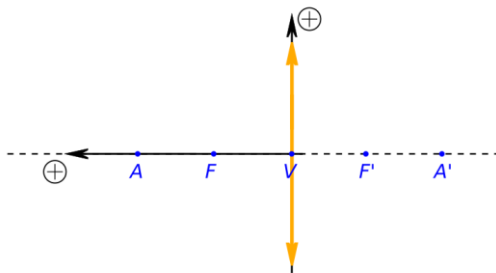


Figura 1: Referencial de Gauss para objeto real à esquerda: Lente Convergente

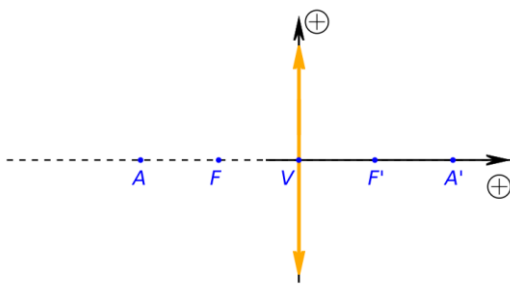


Figura 2: Referencial de Gauss para imagem real à direita: Lente Convergente

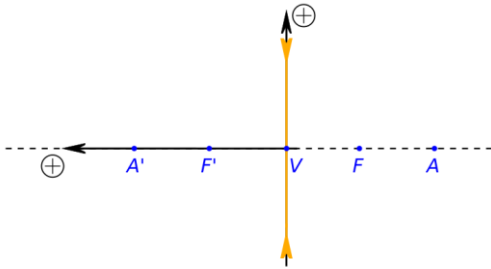


Figura 3: Referencial de Gauss para objeto real à esquerda: Lente Divergente

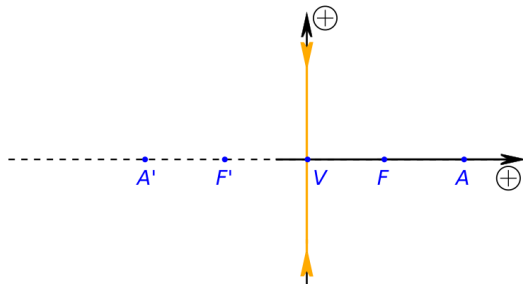


Figura 4: Referencial de Gauss para imagem real à direita: Lente Divergente

- Tendo esta convenção de sinais em mente, podemos usar a dita Equação de Gauss

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

- Vamos agora ver a equação do aumento.

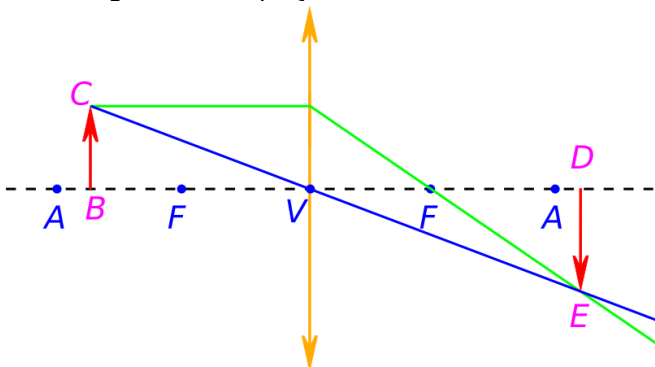


Figura 5: Cálculo do Aumento Linear Transversal

- Por semelhança de triângulo entre os triângulos  $\Delta BCV$  e  $\Delta DEV$  :

$$\frac{|o|}{p} = \frac{|i|}{p'} \Rightarrow \frac{|i|}{|o|} = \frac{p'}{p}$$

- Como a imagem é invertida, temos:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

- Por definição, o aumento linear é

$$A = \frac{i}{o}$$

Assim:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Nota: Se você isolar o  $p'$  na equação de Gauss e substituir na equação do aumento você obtêm mais uma relação que pode ser bem útil:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} = \frac{f}{f-p}$$

Esta equação condensa as equações de aumento e de Gauss.

### IMPORTANTE!!!!!!!!!!

Agora podemos falar em vergência de uma lente, ou “grau” de uma lente.

A unidade de medida, quando tudo do SI, é a dioptria:

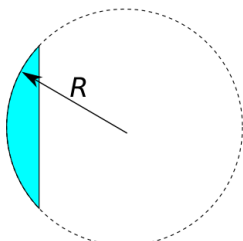
$$V = \frac{1}{f}$$

### (H) EQUAÇÃO DOS FABRICANTES DE LENTES

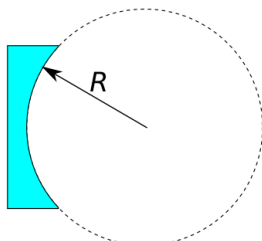
Equação dos fabricantes:

$$V = \frac{1}{f} = \left( \frac{n_{lente}}{n_{meio}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Os raios são determinados pelas esferas imaginárias que definiram as lentes e seu valor pode ser positivo ou negativo.



Face convexa:  $R > 0$



Face côncava:  $R < 0$

Faremos um exercício para melhor entender.



Isso significa, portanto, que uma lente é divergente ou convergente dependendo do meio em que se encontra.

## (I) ASSOCIAÇÃO DE LENTES

### LENES DELGADAS JUSTAPOSTAS

Quando justapostas, a vergência total é a soma das vergências de cada lente da associação:

$$V_{eq} = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

Nota: isso é válido quando falamos de lentes delgadas justapostas apenas. Assim, após a associação de diversas lentes, a lente equivalente deixa de ser delgada e esta equação deixa de valer.



Em geral, isso vale para algumas poucas lentes apenas.

### LENES NÃO JUSTAPOSTAS

Faremos um exercício sobre isso.

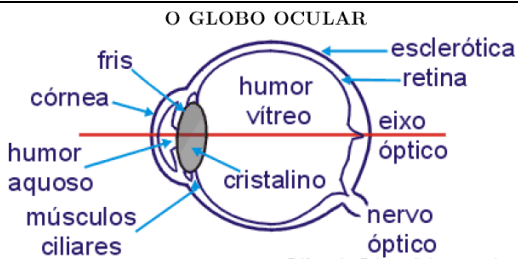
## (J) ASSOCIAÇÃO DE LENTES COM ESPELHOS

Faremos um exercício sobre isso e teremos maiores aplicações quando estudarmos instrumentos óticos.

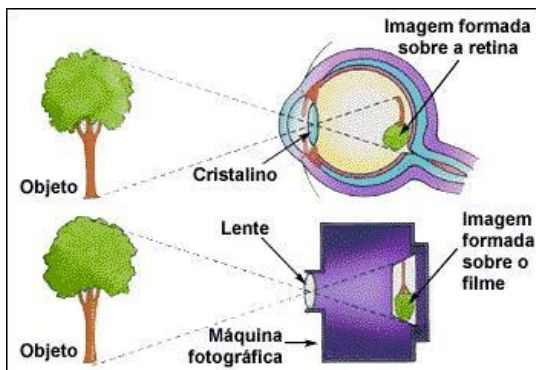
No SisQ, toda a lista, da apostila 2, de nome "Lentes Esféricas" podem ser resolvidos

## 22. ÓPTICA DA VISÃO

### (A) INTRODUÇÃO

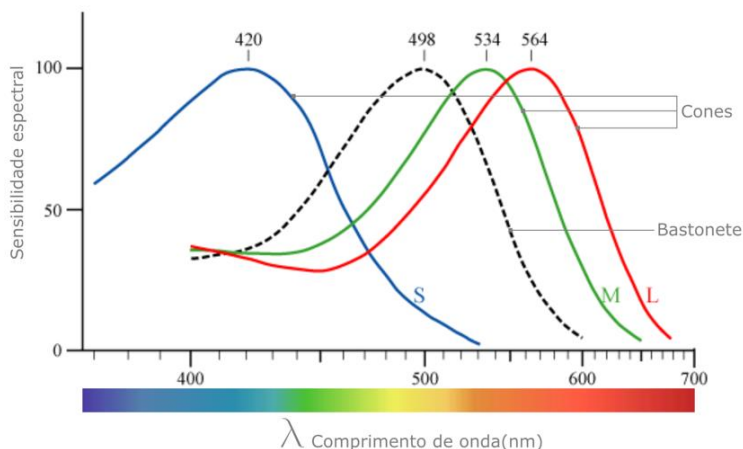


- Característica da imagem



Fonte: <http://professorhonda.blog.br/index.php/2014/03/07/como-se-forma-a-imagem-no-olho/>

- Note que a imagem é real, invertida e menor
- A retina possui dois tipos de células: os cones e os bastonetes
- Os bastonetes são mais sensíveis e não diferenciam as cores
- Os cones se subdividem em três tipos cada um mais sensível em determinada cor, o que possibilita que vejamos diversas cores



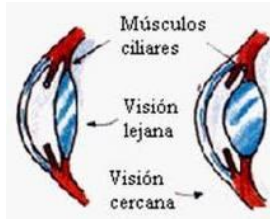
Fonte: <https://muralcientifico.files.wordpress.com/2017/10/000.jpg>

- Acomodação visual
  - Um olho humano dito normal tem uma profundidade entorno de 17 mm

- Ou seja,  $p' = 17 \text{ mm}$
- Para que a imagem seja sempre formada na retina é necessário que o foco da lente seja modificada

$$\frac{1}{\uparrow f} = \frac{1}{\uparrow p} + \frac{1}{17} \quad (\text{em mm})$$

- Note que quanto maior a distância do objeto, maior deve ser a distância focal



Fonte:

[http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1291095162365\\_1862553055\\_19093/MUSCULO%20CILIAAR%20Y%20CRISTALINO.jpg](http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1291095162365_1862553055_19093/MUSCULO%20CILIAAR%20Y%20CRISTALINO.jpg)

- Note que quando o cristalino é comprimido, o raio de curvatura diminui. Quando isso ocorre, podemos ver pela equação dos fabricantes de lentes que a o foco diminui
- Podemos portanto concluir que quanto menor a distância do objeto ao olho, mais os músculos devem comprimir o cristalino
- Isso justifica porque há certo incômodo quando tentamos observar um objeto muito perto

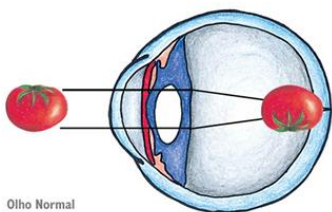
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\downarrow f} = \left( \frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1 \right) \left( \frac{1}{\downarrow R_1} + \frac{1}{\downarrow R_2} \right) \\ \frac{1}{\downarrow f} = \frac{1}{\downarrow p} + \frac{1}{17} \end{array} \right.$$

- Quando um objeto está à mínima distância que se pode ver com nitidez, dizemos que o objeto está no ponto próximo
  - Para uma visão dita normal essa distância varia de 7 cm (aos 10 anos) à 40 cm (aos 50 anos)
- Quando o objeto está na máxima distância, dizemos que o objeto está no ponto remoto
  - Para uma visão normal dizemos que o ponto remoto está no infinito ( $p \rightarrow \infty$ )

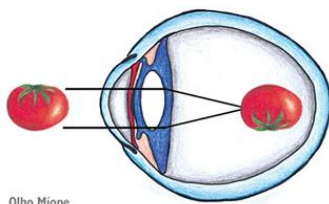
## (B) AMETROPIAS (PROBLEMAS DA VISÃO)

- Miopia
  - Dificuldade de se enxergar de longe

- O raio de curvatura do cristalino é pequeno e/ou o olho é alongado
- Vê melhor de perto tendo seu ponto próximo mais próximo que o “normal”
- A imagem de um objeto distante é formada antes de chegar na retina



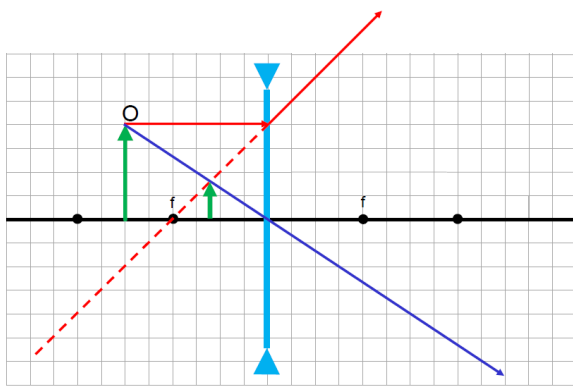
Olho Normal



Olho Míope

Fonte: <http://www.aptoemed.com.br/canal/Oftalmologia/Erros-Refracionais/Miopia>

- A lente necessária para correção visual é a divergente pois ela aproxima a imagem



- Se a distância máxima que um míope pode ver é  $D$ , então temos que produzir a imagem de um objeto “no infinito” pelo menos nessa distância.
- Com isso podemos dizer que  $p \rightarrow \infty$  e  $p' = -D$  pois a imagem é virtual.
- Por Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-D} \Rightarrow V = \frac{1}{f} = \frac{1}{-D} \text{ ("grau da lente" no S.I.)}$$

- Hipermetropia

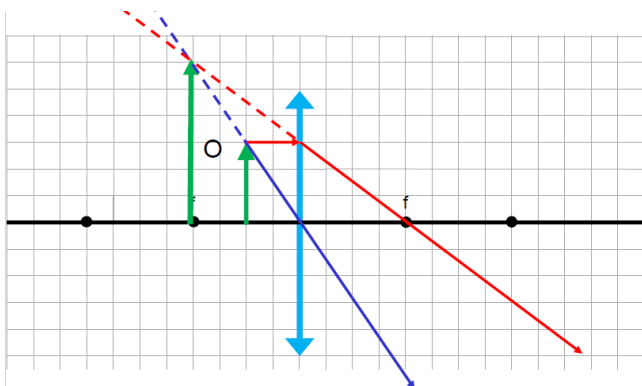
- Dificuldade de se enxergar de perto
- O raio de curvatura do cristalino não se reduz o suficiente para ver objetos próximos – olho mais curto que o normal

- A imagem de um objeto distante é formada depois da retina



Fonte: [https://static.tuasaude.com/media/article/r5/ps/hipermetropia\\_4696\\_s.jpg](https://static.tuasaude.com/media/article/r5/ps/hipermetropia_4696_s.jpg)

- A lente necessária para correção visual é a convergente pois ela afasta a imagem de um objeto próximo
- Considera-se que uma pessoa com visão normal vê com nitidez objetos localizados à 25 cm ou mais



- Digamos que um hipermetrope possa ver no mínimo um objeto à uma distância  $d > 25$  cm
- Com isso podemos dizer que  $p = 25$  cm e  $p' = -d$  para que um hipermetrope possa ver um objeto localizado a 25 cm, pois sua imagem formará a um ponto mais distante, localizado no ponto próximo do hipermetrope
- Assim, pela equação de Gauss, o “grau da lente” e dioptrias será:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{-d} \Rightarrow V = \frac{1}{f} = \frac{4d-1}{d} \quad (\text{di})$$

- Presbiopia

- Conhecida como vista cansada
- Tanto a visão para curta distância (no início) como a visão para longas distâncias são prejudicadas
- Deve-se usar lentes convergentes (base) e divergente (topo)



Figura: <http://lentes-hoya.com.br/optico/wp-content/uploads/2015/04/Bifocal-Progressiva.png>

- Outras anomalias
  - Astigmatismo
  - Estrabismo
  - Daltonismo

No SisQ, toda a lista, da apostila 2, de nome "Ótica da visão" podem ser resolvidos

## 23. INSTRUMENTOS ÓPTICOS

Material a parte: usaremos slides em aula.

Vídeo:

<https://youtu.be/G3TtI3o0Mtk>

Considere estudar apenas os quatro primeiros instrumentos:

Lupa

Luneta Astronômica

Luneta Terrestre

Microscópio

Os demais itens (telescópios refletores) não abordaremos em sala, mas você pode consultar no vídeo.

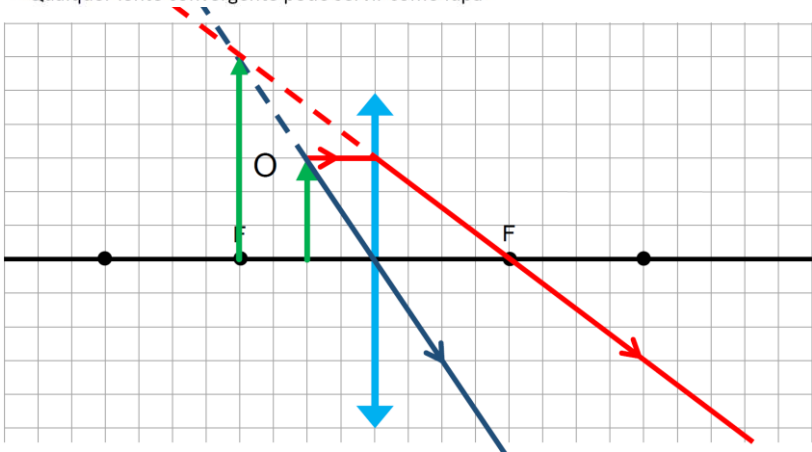
Caso você queira praticar com material quadriculado, você pode imprimir o material clicando no botão abaixo:

CLIQUE AQUI

## LUPA

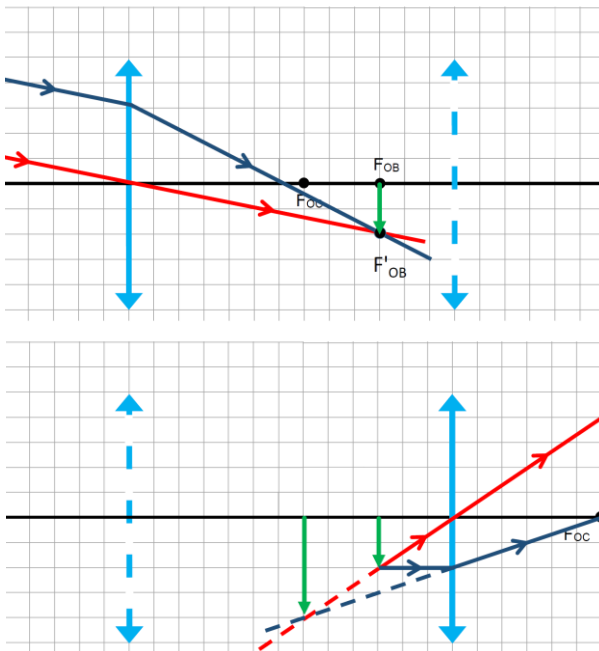


- IMAGEM:
  - VIRTUAL
  - DIREITA
  - MAIOR
  - Mais distante da lente que o objeto
- Qualquer lente convergente pode servir como lupa



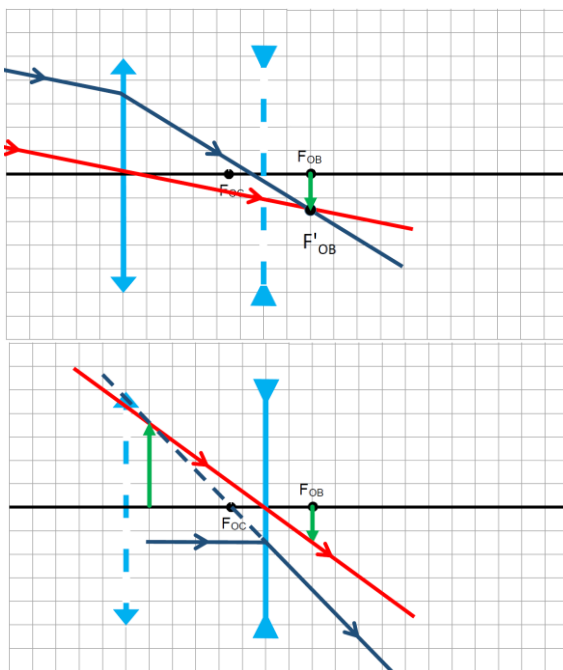
## LUNETAS ASTRONÔMICAS

- IMAGEM:
  - VIRTUAL
  - INVERTIDA
  - MAIOR



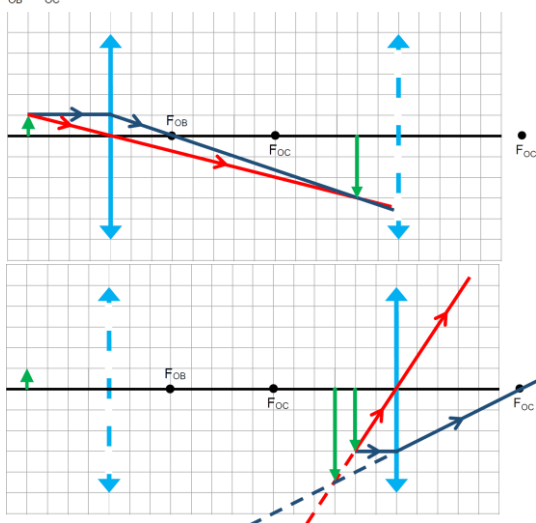
# LUNETA TERRESTRE

- IMAGEM:
  - VIRTUAL
  - DIREITA
  - MAIOR



MICROSCÓPIO

- IMAGEM:
  - VIRTUAL
  - INVERTIDA
  - MAIOR
- AUMENTO:  $A = A_{OB} \cdot A_{OC}$





ENCERRAMOS ÓTICA  
VAMOS AO SEGUNDO ASSUNTO: TERMOMETRIA

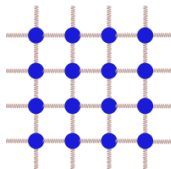
# SEGUNDO SEMESTRE

## TERMOMETRIA

### 1. ESCALAS TERMOMÉTRICAS

FONTE: [http://professordanilo.com/teoria/aula301\\_ESCALAS.html](http://professordanilo.com/teoria/aula301_ESCALAS.html)

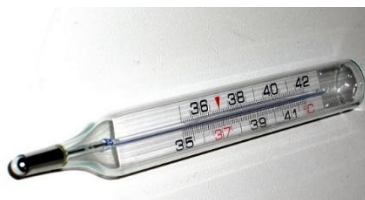
- Calor
  - Energia em trânsito
- Temperatura
  - Associado à energia interna (agitação) das moléculas



- Equilíbrio térmico
  - Dois corpos estão em equilíbrio térmico quando estão à uma mesma temperatura
- Imagine agora que um corpo A está em equilíbrio térmico com um corpo B (ou seja, estão numa mesma temperatura). Um terceiro corpo C também está em equilíbrio térmico com o corpo B. Então podemos afirmar com certeza que o corpo A está também em equilíbrio térmico com o corpo C. À esse fato damos o nome de **Princípio Zero da Termodinâmica** ou **Lei Zero da Termodinâmica**.

Como medir temperatura?

- Sabemos que a temperatura expande a matéria
- Então medimos comprimento de algo dilatável
- Normalmente, utiliza-se o termômetro de mercúrio



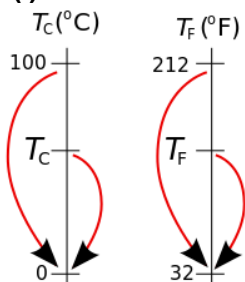
### (A) PRINCIPAIS ESCALAS

- Um cientista escolheu dizer que quando a água se congela ela está à zero graus e quando entra em ebulição está à 100 graus. Este cientista chamava-se Célsius e por isso dizemos que a água congela a  $0^{\circ}\text{C}$  e entra em ebulição à  $100^{\circ}\text{C}$
- Outro cientista chamado Fahrenheit escolheu como  $0^{\circ}\text{F}$  a menor temperatura registrada em determinado lugar no planeta e  $100^{\circ}\text{F}$  a temperatura de sua esposa

- Outro cientista preferiu escolher como zero a temperatura em que as partículas na matéria parariam de vibrar. Escolheu que a cada 100 unidades de sua medida corresponderia à 100°C. Esta escala ficou conhecida como escala Kelvin e é absoluta (ou seja, sempre positiva), por isso não usamos o símbolo “grau” (°).
- Podemos relacionar estas grandezas da seguinte maneira

## (B) CONVERSÃO CÉLSIUS E FAHRENHEIT

### (i) Primeiro método

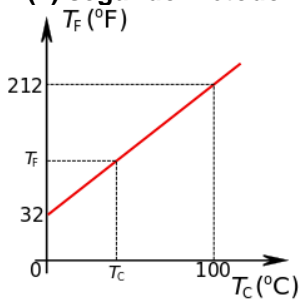


$$\frac{T_C - 0}{100 - 0} = \frac{T_F - 32}{212 - 32} \Leftrightarrow \frac{T_C}{100} = \frac{T_F - 32}{180} \Leftrightarrow$$

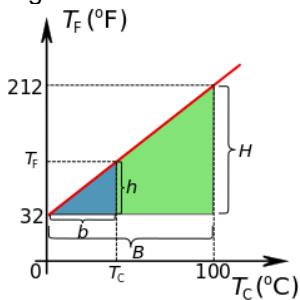
$$\boxed{\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9}}$$

eq(1)

(ii) segundo método



Por semelhança de triângulos:



$$\frac{H}{h} = \frac{B}{b} \Leftrightarrow \frac{H}{B} = \frac{h}{b} \Leftrightarrow \frac{h}{H} = \frac{b}{B}$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_F - 32}{212 - 32} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} \Leftrightarrow$$

$$\frac{T_F - 32}{180} = \frac{T_C}{100} \Leftrightarrow$$

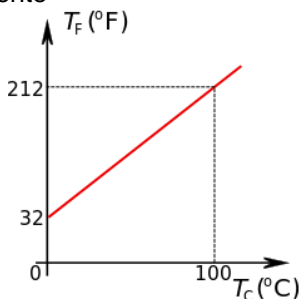
$$20 \cdot \frac{T_F - 32}{180} = 20 \cdot \frac{T_C}{100} \Leftrightarrow$$

$\frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_C}{5}$
--------------------------------------

eq(2)

**(iii) terceiro método**

Seja o gráfico novamente



Lembremos da equação da reta:

$$y = ax + b$$

Sendo  $x$  a temperatura em graus celsius e  $y$  corresponde à temperatura em graus fahrenheit.

Calculemos o coeficiente angular:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta T_F}{\Delta T_C} \Leftrightarrow$$

$$a = \frac{212 - 32}{100} = \frac{180}{100} = 1,8$$

Obtemos o coeficiente linear:

$$m = 32$$

Assim:

$$y = 1,8x + 32$$

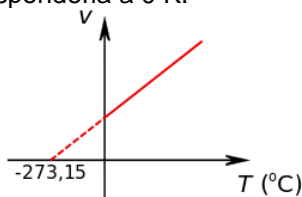
Ou melhor ainda

$$T_F = 1,8T_C + 32 \quad \text{eq(3)}$$

Fica como exercício verificar que as equações (1), (2) e (3) são as mesmas.

### (C) CONVERSÃO CÉLSIUS E KELVIN

Estudando gases, por extrapolação, Kelvin concluiu que a temperatura para que as moléculas de um gás parassem de vibrar e consequentemente tivesse volume nulo seria  $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$  e ele definiu que isso corresponderia a  $0\text{ K}$ .



Sabendo que a variação de  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  corresponde à variação de  $1\text{ K}$ , fica como exercício encontrar a seguinte relação:

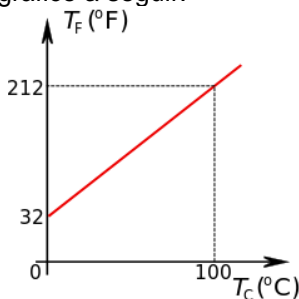
$$T_C = T_K + 273,15$$

Faça isso pelos três métodos apresentados anteriormente.

Depois verifique que a relação geral entre as três temperaturas é:

$$\frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_C}{5} = \frac{T_K + 273,15}{5}$$

Se julgar útil utilize o gráfico a seguir:



### (D) VARIAÇÃO DE TEMPERATURA

Em termos de variação de temperatura, temos:

$$1^{\circ}\text{C} = 1\text{K} = 1,8^{\circ}\text{F}$$

Ou seja, uma variação de  $100^{\circ}\text{F}$  corresponde à uma variação de  $180^{\circ}\text{C}$  e  $100\text{K}$ .

### (E) TERMÔMETRO DE VALOR MÁXIMO

Observe que um termômetro de mercúrio possui um estrangulamento próximo ao bulbo.



Isso faz com que a indicação de temperatura fique “travada” em seu valor máximo.

Por isso é necessário chacoalhar (“abaixar”) o termômetro.

A partir de agora a lista  
TERMOMETRIA da apostila  
pode ser feita por completo

## 2. DILATAÇÃO TÉRMICA

### INTRODUÇÃO

Temperatura está relacionada à

- Agitação das moléculas
  - Velocidade das moléculas
- Dilatação dos materiais

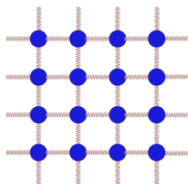


Figura 1: Estrutura atômica da matéria

Consideramos que a dilatação (variação do tamanho) é proporcional à variação de temperatura, por isso chamamos de dilatação linear.

A constante de proporcionalidade é chamado de coeficiente de dilatação.

$$\text{Variação do tamanho} = \text{coeficiente de dilatação} \times \text{Variação da temperatura}$$

### DILATAÇÃO LINEAR

Quando aquecido, um sólido geralmente expande e quando resfriado geralmente se contrai.

- Na dilatação linear, apenas o comprimento importa e as demais dimensões são desprezíveis
- Suponha então uma barra longa de tal forma que a sua espessura e largura sejam desprezíveis

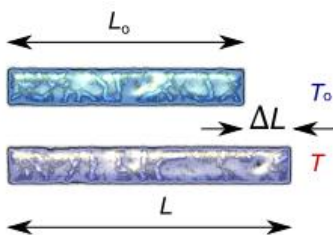


Figura 2: Dilatação linear (uma barra sendo aquecida)

Podemos dizer que

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$\Delta L$  : variação do comprimento

$L_0$  : comprimento inicial

$\alpha$  : coeficiente de dilatação linear

$\Delta T$  : variação da temperatura sofrida pela barra

- As unidades de comprimento devem ser as mesmas
- A unidade de medida de  $\alpha$  deve ser o inverso da unidade de  $\Delta T$



Exemplos:

Se  $L$  é medido em metros, então  $\Delta L$  é medido em metros; se a

temperatura é medida em  $^{\circ}\text{C}$  então  $\alpha$  é medido em  $^{\circ}\text{C}^{-1} = \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$

Tabela 1: Exemplo de coeficientes lineares

Material	$\alpha (^{\circ}\text{C}^{-1})$
Zinco	$27 \cdot 10^{-6}$
Alumínio	$24 \cdot 10^{-6}$
Latão	$19 \cdot 10^{-6}$
Cobre	$17 \cdot 10^{-6}$
Ferro	$12 \cdot 10^{-6}$

A dilatação é sempre pequena em relação ao comprimento do material.

Exemplo 1:

Uma barra de ferro de  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$  tem sua temperatura variada de zero a  $100^{\circ}\text{C}$ , qual será a variação do comprimento dessa barra?

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \Delta T \Rightarrow$$

$$\Delta L = 1000 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Delta L = 1,2 \text{ m}$$

Note que esta variação é pequena. Calcule o comprimento final da barra após o aquecimento.

$$\Delta L = L - L_0 \Rightarrow$$

$$1,2 = L - 1000 \Rightarrow$$

$$L = 1.001,2 \text{ m}$$

Se quisermos saber o comprimento final podemos escrever

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow$$

$$L - L_0 = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow$$

$$L = L_0 + L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow$$

$$\boxed{L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)}$$

Compare com a equação da reta:

$$L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T + L_0$$

$$y = a x + b$$

Isto representa a equação de uma reta, portanto o gráfico é:

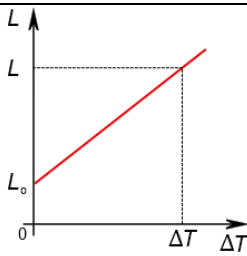


Figura 3: Gráfico do comprimento de uma barra em função da variação da temperatura.

Veja que o coeficiente angular é

$$a = L_0 \alpha$$

E o linear é

$$b = L_0.$$

Exemplo 2:

O gráfico abaixo representa o comprimento de duas barras com comprimentos iniciais  $L_{0A}$  e  $L_{0B}$  de coeficiente de dilatação linear, respectivamente, iguais à  $\alpha_A$  e  $\alpha_B$ . Determine qual dos coeficientes,  $\alpha_A$  e  $\alpha_B$ , é maior?

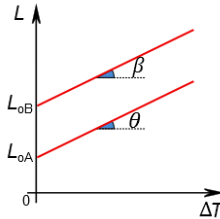


Figura 4: Gráfico representando o comprimento de duas barras com comprimentos iniciais diferentes. Note que a diferença entre os comprimentos das duas barras é constante; note também que a relação entre os coeficientes lineares é ant-intuitivo.

Os coeficientes angulares são iguais, isto é:

$$\text{tg} \beta = \text{tg} \alpha \Rightarrow$$

$$L_{0A} \cdot \alpha_A = L_{0B} \cdot \alpha_B$$

Como o comprimento inicial de B é maior, o seu coeficiente de dilatação linear é menor

$$\alpha_A > \alpha_B$$

Note que uma fita métrica é afetada pela dilatação.



0°C



25°C



Figura 5: Observe que se uma fita métrica (ou régua, por exemplo) sofrer dilatação, quando dilatada irá medir um valor menor

Exemplo 3:

Considere a figura 4 na qual um pequeno violão é medido por uma fita métrica metálica construída para medir corretamente quando em  $0^{\circ}\text{C}$ . A essa temperatura o violão mede 13 cm, mas se aquecermos apenas a fita ela indica que o violão mede 12 cm. Determine qual o valor do coeficiente de dilatação do material do qual é feito a fita.

Vamos considerar que o comprimento de interesse possui 12 cm quando a  $0^{\circ}\text{C}$  e quando aquecido atingirá 13 cm. Ou seja:

$$L_0 = 12 \text{ cm}; L = 13 \text{ cm}; \Delta T = 25^{\circ}\text{C}.$$

Jogando na fórmula:

$$L = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$13 = 12 \cdot (1 + \alpha \cdot 25) \Rightarrow$$

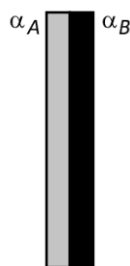
$$25\alpha = 0,0833 \Rightarrow$$

$$\alpha = 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

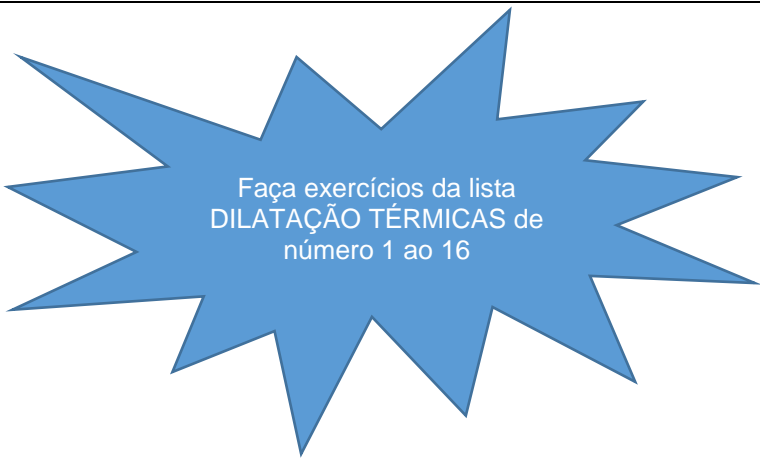
Este valor é, no entanto, grande (compare com os valores da tabela 1). O efeito nessa fita foi exagerado, para ficar mais visível, assim o erro real seria bem menor.

Exemplo 4:

Uma lâmina bimetálica é feita de dois materiais, A e B, quando aquecida, enverga. Sabendo que  $\alpha_A > \alpha_B$ , para qual lado a barra enverga (direita ou esquerda)?



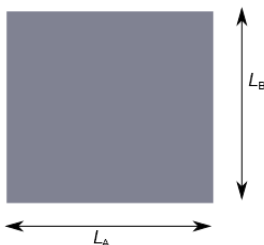
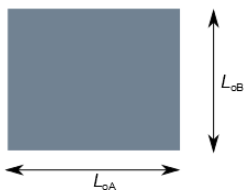
Direita



Faça exercícios da lista  
DILATAÇÃO TÉRMICAS de  
número 1 ao 16

## DILATAÇÃO SUPERFICIAL

- A extensão para dilatação superficial é direta
- Seja uma placa de lados  $L_{0A}$  e  $L_{0B}$  que é aquecida. Qual será a área final e a variação da área dessa placa? Suponha que o coeficiente de dilatação linear é  $\alpha$ .



A área inicial é:

$$A_0 = L_{0A} \cdot L_{0B}$$

A área final será:

$$A = L_A \cdot L_B$$

Sabemos, do item anterior, o comprimento final de cada lado da placa:

$$\begin{cases} L_A = L_{0A} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \\ L_B = L_{0B} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \end{cases}$$

Portanto sabemos a área final da placa (basta fazer contas):

$$A = L_A \cdot L_B \Rightarrow$$

$$A = L_{0A} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \cdot L_{0B} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$A = L_{0A} \cdot L_{0B} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$A = A_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T + \alpha^2 \cdot \Delta T^2)$$

Lembre-se que  $\alpha$  é muito pequeno, assim podemos desprezar o termo  $\alpha^2 \cdot \Delta T^2$  obtendo:

$$A = A_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T)$$

Em geral dizemos que  $2 \cdot \alpha$  é o coeficiente de dilatação superficial e o chamamos de  $\beta$ , assim, com  $\beta = 2 \cdot \alpha$  temos:

$$A = A_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$$

Esta é a equação para a dilatação superficial. Observe que a estrutura

*Varição do tamanho* = *Tamanho inicial* × *coeficiente de dilatação* × *Varição da temperatura*

se mantém, isto é:

$$A = A_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T) = A_0 + A_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow$$

$$\Delta A = A_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$$

- Placas com furos
  - Os furos se comportam como se fossem feitos do mesmo material que a placa
- Considere que o furo é feito do mesmo material que a placa



Assim usamos a mesma equação para estudar a dilatação do furo.

Faça exercícios da lista  
DILATAÇÃO TÉRMICAS de  
número 17 ao 29

## DILATAÇÃO VOLUMÉTRICA

- Podemos supor que:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$$

e

$$V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

Sendo

$$\gamma = 3\alpha$$

- Como desafio, considere um paralelogramo retangular de lados  $L_{01}$ ,  $L_{02}$  e  $L_{03}$ , suponha que ele foi aquecido de  $\Delta T$  e demonstre que  $\gamma = 3\alpha$ .
- Da mesma forma da dilatação superficial quando consideramos um furo, um corpo oco tem seu volume dilatado como se fosse feito do próprio material
- Assim, se tivermos um copo de vidro, como exemplo, para saber o quanto a sua capacidade varia precisamos conhecer o coeficiente de dilatação volumétrico do vidro
- Observe que agora podemos tratar de sólidos ou líquidos
- Chamamos de dilatação aparente de um líquido a diferença entre a dilatação real do líquido e a dilatação real do recipiente que o contém:

$$\Delta V_{\text{aparente}} = \Delta V_{\text{líquido}} - \Delta V_{\text{recipiente}}$$

## COMPORTAMENTO ANÔMALO DA ÁGUA

- A água no estado líquido, quando resfriada, a partir de  $100^\circ\text{C}$ , se contrai como a maioria das substâncias
- Abaixo de  $4^\circ\text{C}$  quando se resfia a água ela se expande (dilata)
- Quando congelada, o volume da água aumenta ainda mais, por isso que o gelo flutua na água

Faça exercícios da lista  
DILATAÇÃO TÉRMICAS de  
número 30 ao 42

### 3. CALORIMETRIA

- Calor é a energia em trânsito
- Algumas substâncias requerem mais calor que outras para variar da mesma temperatura, mesmo que tenham a mesma massa.

#### CALOR SENSÍVEL

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$Q$ : quantidade de calor transmitida para o (ou a partir do) corpo

$m$ : massa do corpo em estudo

$c$ : constante de proporcionalidade chamada de calor específico.

Varia de material para material.

$\Delta T$ : variação da temperatura.

- Normalmente não trabalhamos no Sistema Internacional de Unidades
  - Em geral, o calor é medido em calorias
  - A massa em grama
  - A variação de temperatura em  $^{\circ}\text{C}$
  - O calor específico portanto em

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \Rightarrow [c] = \frac{[Q]}{[m] \cdot [\Delta T]} \Rightarrow$$

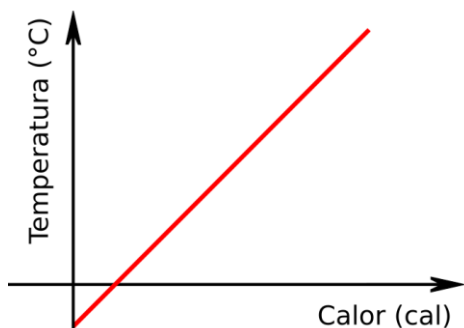
$$[c] = \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

- Calor é uma forma de energia
  - Por isso, a quantidade de calores trocados em um sistema é sempre nulo
    - Aqui é importante lembrar que quando se recebe calor ele é considerado positivo e quando ele é perdido, ele será negativo
- Nem sempre quando um corpo recebe calor ele aumenta a temperatura.
  - Nesse caso, quando há variação da temperatura, dizemos que o calor é sensível.

#### CURVAS DE AQUECIMENTO

- Podemos representar em um gráfico a temperatura de uma substância em função da energia térmica (Calor  $Q$ ) dado à substância
- Esta representação é chamada de curva de aquecimento
- Apesar do nome, pode ser usado para representar um corpo sendo resfriado





### CAPACIDADE TÉRMICA

- Capacidade térmica é a quantidade de calor por variação de temperatura

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

- Note que a capacidade térmica pode ser escrita como

$$C = m \cdot c$$

### POTÊNCIA TÉRMICA

- Potência é a taxa com que uma energia é transmitida
- Potência térmica é a taxa com que um calor é transferido

$$P = \frac{Q}{\Delta t}$$

Sendo:

$\Delta t$  : o tempo que leva para transmitir o calor  $Q$

### TROCAS DE CALOR

- Calor, como vimos, é a quantidade de energia térmica que um corpo ganhou ou perdeu
- Dizemos que um sistema isolado é um sistema que não ganha nem perde calor
- Em um sistema isolado a soma de todos os calores trocados é zero

$$\sum Q_{\text{trocados}} = 0$$

- Além disso, dizemos que um sistema está em equilíbrio térmico quando todos os corpos que compõem o sistema atingem a mesma temperatura
  - Assim, a temperatura final de um sistema será a temperatura de equilíbrio térmico  $T_{eq}$
- Por fim, sabemos que o calor sempre flui do corpo mais quente para o corpo mais frio

A lista CALORIMETRIA, da apostila de exercício, está completamente liberada

## CALOR LATENTE

- Algumas vezes o calor que uma substância recebe é utilizado para alterar o estado físico desta substância.

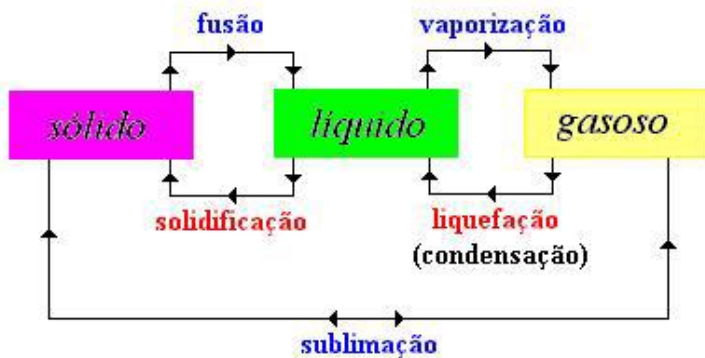
$$Q = m \cdot L$$

$Q$ : quantidade de calor transmitida para o (ou a partir do) corpo

$m$ : massa do corpo QUE SOFREU MUDANÇA DE ESTADO FÍSICO

$L$ : calor específico latente.

- Para entendermos melhor o que é calor latente devemos estudar as mudanças de fase das substâncias.



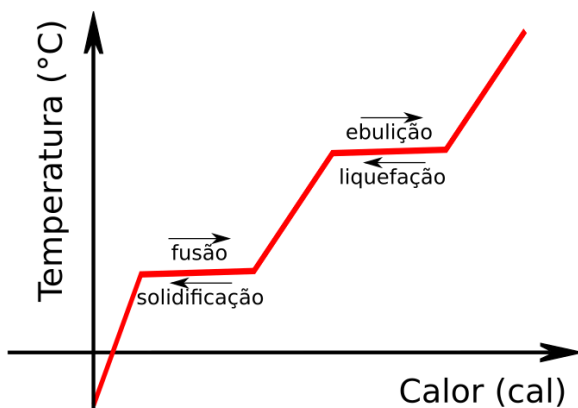
## Leis da mudança de estado de agregação

Durante a mudança de estado, a sua temperatura permanece constante, desde que estejamos trabalhando com substância pura à pressão constante.

Todas as substâncias possuem uma temperatura de fusão e uma de ebulição cujos valores dependem da pressão e da substância.

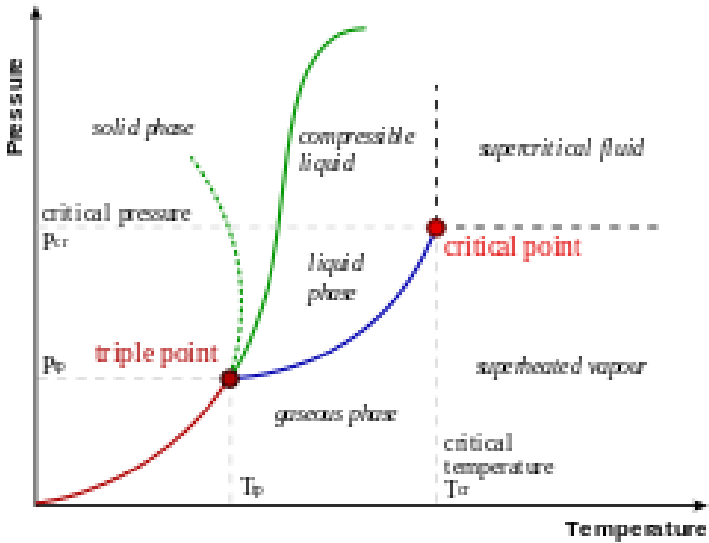
As temperaturas de fusão e ebulição coincidem, respectivamente, com as temperaturas de solidificação e liquefação

Podemos falar em novas curvas de aquecimento:

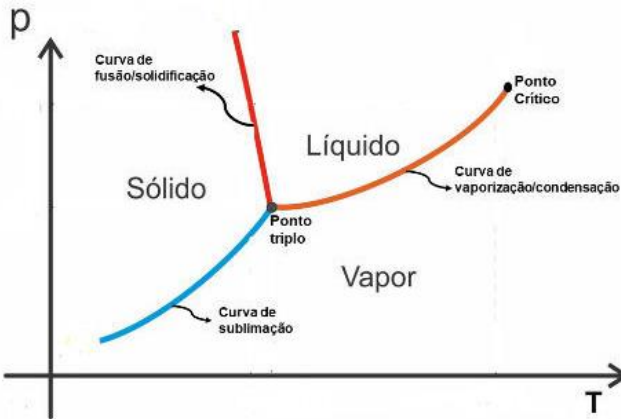


## DIAGRAMAS DE FASE

- MATERIAIS DE PRIMEIRA CATEGORIA



- MATERIAIS DE SEGUNDA CATEGORIA



A lista MUDANÇA DE ESTADO DE AGREGAÇÃO, da apostila de exercício, está completamente liberada

## 4. TRANSMISSÃO DE CALOR

### TIPOS DE TRANSMISSÃO DE CALOR

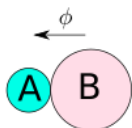
- Condução
  - Precisa de meio sólido para transmitir.
- Convecção
  - Precisa de meio fluido (líquido ou gasoso) para ocorrer.
  - Ocorre devido à diferença de densidade.
- Irradiação
  - Não precisa de um meio para ocorrer.
  - Ocorre tanto no vácuo como em meio material.
  - É transmitido por meio de ondas eletromagnéticas.

### TRANSMISSÃO POR CONDUÇÃO

- O calor flui do meio mais quente para o meio mais frio.
- Para ter condução os meios devem estar em contato térmico.
- A lei de Fourier estabelece uma relação matemática entre fluxo de calor (calor por unidade de tempo) e as dimensões do material, bem como o material.

FLUXO DE CALOR:

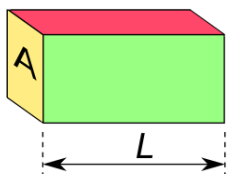
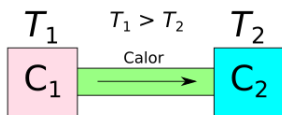
$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$$



$\phi$ : Fluxo de Calor  
 $Q$ : Calor Transmitido  
 $\Delta t$ : tempo decorrido

As unidades de fluxo pode ser cal/s, cal/min, etc. No sistema internacional usamos J/s que é o mesmo que watt (W).

LEI DE FOURIER

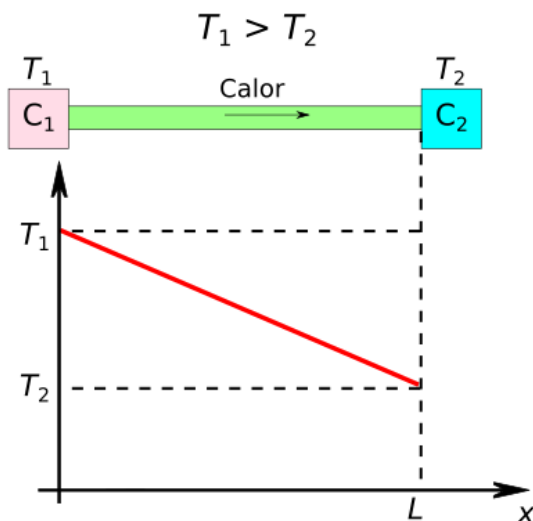


$$\phi = k \frac{A \cdot (T_1 - T_2)}{L}$$

Sendo  $A$  a área da secção transversal do meio que irá conduzir calor;  $L$  o comprimento do material condutor;  $\Delta T = T_1 - T_2$  a diferença de temperatura dos dois corpos cujas temperaturas são diferentes.  $k$  é chamado de condutibilidade térmica que varia de material para material.

Como exemplo, imagine um dia quente onde a temperatura externa  $T_1$  é maior que a interna da sala de aula  $T_2$ , devido ao ar-condicionado;  $L$  é a espessura de um dos vidros e  $A$  é a área do vidro da janela.

Vejamos a variação da temperatura de uma barra sob duas temperaturas diferentes:



Alguns exemplos de condutibilidade térmica:

Material	$k$ em $W/(m.K)$
Aço	40
Prata	420
Cobre	380
Ouro	310
Alumínio	200
Gelo	2
Vidro	0,84
Água	0,6
Tecido Humano	0,2
Amianto	0,16
Madeira	0,08 a 0,16
Lã	0,04
Ar	0,023
Isopor®	0,01

O gelo é um mal condutor, por isso o iglu é de gelo e por isso um *freezer*, quando acumula muito gelo, deve ser descongelado. Uma panela é boa condutora, mas o cabo da panela é mal condutor.

## TRANSMISSÃO POR CONVECÇÃO

- Em geral, quanto menor a temperatura de um fluido, maior a densidade do fluido mais frio tende a afundar e o mais quente sobe.
  - Por isso o *freezer* da geladeira é em cima;
  - ar-condicionado é colocado na parte superior da sala;
  - aquecedor na parte inferior;
  - algumas aves e planadores usam a convecção para manter-se voando (planando).



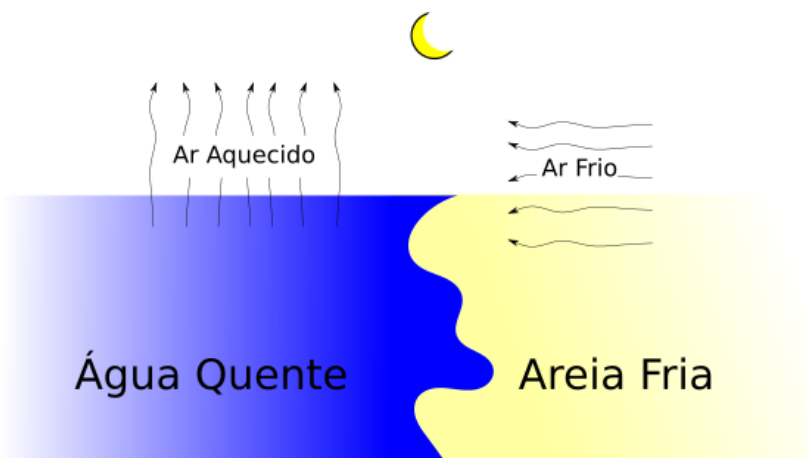
AQUECEDOR



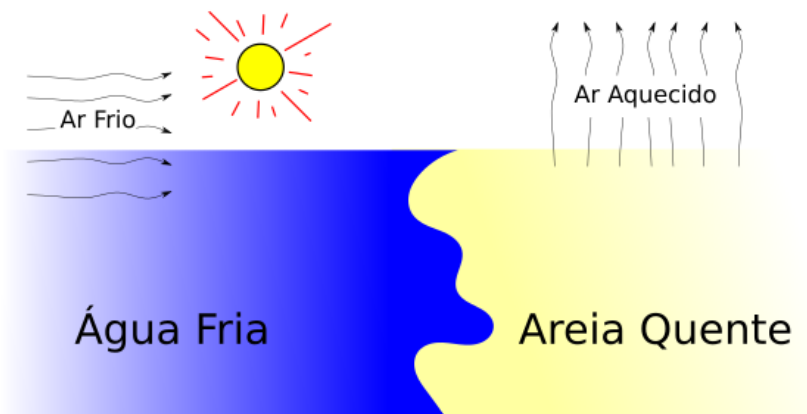
AR-CONDICIONADO

- Inversão térmica ocorre quando o ar de um grande centro urbano está frio e acima há uma camada de ar quente. Assim toda a poluição não sai da cidade, mantendo a poluição no local de origem.

- Brisa Marítima ocorre devido à diferença de temperatura entre água e terra: à noite a terra é mais fria que a água e por isso ocorre uma brisa da terra para o mar; durante o dia, a terra é mais quente e por isso ocorre uma brisa da água para a terra.



### BRISA TERRESTRE



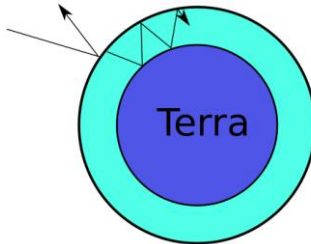
### BRISA MARÍTIMA

**Cuidado:** os nomes das figuras estão na parte de baixo.



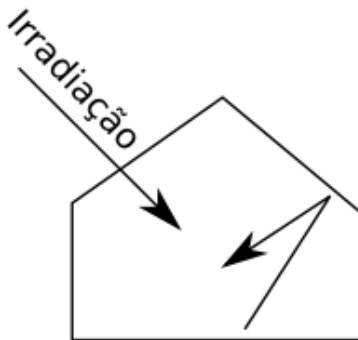
## TRANSMISSÃO POR IRRADIAÇÃO

- O Sol transmite calor para a Terra por meio da irradiação.
- A potência irradiada depende da temperatura do corpo que está emitindo.
- A irradiação pode atravessar o vácuo e meios materiais como o ar e a água.
- Isso explica o efeito estufa.

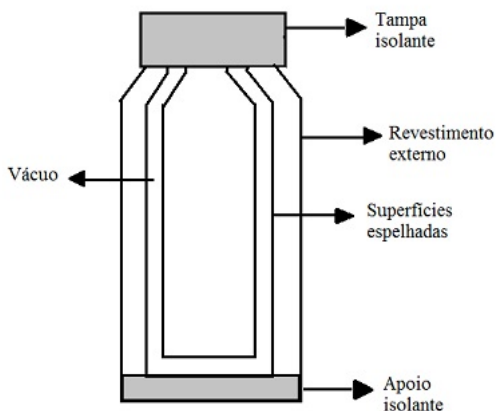


### EFEITO ESTUFA NA TERRA

- No efeito estufa, a radiação atravessa a atmosfera por esta ser transparente para a radiação emitida pelo Sol.
- A radiação atinge a superfície da Terra e é absorvida por ela.
- Após ser absorvida, a radiação é reemitida na forma de infravermelho. Os gases chamados gases de efeito estufa – como dióxido de carbono, vapor de água e metano – absorvem esta radiação.
- Como resultado, os gases de efeito estufa fazem a temperatura média do planeta aumentar.



O NOME EFEITO ESTUFA VEM DEVIDO AO QUE OCORRE COM ESTUFAS: MANTENDO A PARTE INTERNA MAIS QUENTE QUE A EXTERNA



GARRAFA TÉRMICA

- Lei da irradiação: Stefan-Boltzmann

$$P = e \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

$P$ : potência emitida;

$e$ : emissividade;

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ : constante de Boltzmann;

$T$ : temperatura em kelvin.

A potência absorvida pelo meio que possui uma temperatura  $T'$  é:

$$P' = e \cdot \sigma \cdot A \cdot T'^4$$

Por fim, a potência líquida emitida pelo corpo é  $P_{líq} = P - P'$ :

$$P_{líq} = e \cdot \sigma \cdot A \cdot (T^4 - T'^4)$$

Desafio: use  $e = 1$ ; estime a área superficial de um adulto; considere  $36^\circ\text{C}$  como a temperatura de um ser humano; use  $20^\circ\text{C}$  como a temperatura ambiente e determine qual a ingestão mínima, em calorias, que uma pessoa deve ingerir diariamente.

A lista TRANSMISSÃO DE CALOR,  
da apostila de exercício, está  
completamente liberada

## 24. APÊNDICE

### A. UNIDADES DE MEDIDAS

#### FATORES DE CONVERSÃO

Vamos ver um pouco mais sobre mudança de unidades de medidas. Começaremos com os fatores de conversão, que ficam à esquerda da unidade de medida.1

Tabela 1: fatores de conversão

Fator	Nome	Símbolo
$10^{-24}$	yocto	y
$10^{-21}$	zepto	z
$10^{-18}$	atto	a
$10^{-15}$	fento	f
$10^{-12}$	pico	p
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{-3}$	mili	m
$10^{-2}$	centi	c
$10^{-1}$	deci	d
$10^1$	deca	da
$10^2$	hecto	h
$10^3$	kilo	k
$10^6$	mega	M
$10^9$	giga	G
$10^{12}$	tera	T
$10^{15}$	peta	P
$10^{18}$	exa	E
$10^{21}$	zeta	Z
$10^{24}$	yota	Y

Na Tabela 1 vemos os fatores de conversão. Como sugestão, procure decorar os valores da tabela acima na faixa do *pico* até o *tera*.

#### AS UNIDADES BASE DO SISTEMA INTERNACIONAL

Em geral, temos 7 unidades de medidas no Sistema Internacional de Unidades que formam a base de nosso sistema. Isso quer dizer que qualquer outra unidade de medida pode ser escrita em termos destas. Por exemplo, vimos que o newton é uma unidade de medida de força, mas podemos escrevê-la em termos de  $\text{kg m /s}^2$ . Vejamos na Tabela 2,

Tabela 2: Unidades de medidas derivadas em termos das unidades base

GRANDEZA A SER MEDIDA	UNIDADE DE MEDIDA DERIVADA	UNIDADES BASE
Força	newton ou N	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
Pressão	pascal ou Pa	$\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$
Energia	joule ou J	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$

Na Tabela 3 você encontra estas unidades de medidas. Note que algumas você certamente já trabalhou, outras, como em elétrica, você verá este ano. Uma delas, em particular, não veremos no ensino médio (a candela – unidade de intensidade luminosa).

Perceba que a temperatura é em kelvin, que a abreviação e o nome da grandeza que descreve quantidade de matéria possuem um símbolo só (mol) e que, na eletricidade, não é a carga elétrica a unidade base, e sim a corrente elétrica.

Tabela 3: Tabela de unidades de base para medidas no Sistema Internacional

Grandeza base	Unidade de Base	
	Nome	Símbolo
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Corrente elétrica	ampère	A
Temperatura termodinâmica	kelvin	K
Quantidade de matéria	mol	mol
Intensidade luminosa	candela	cd

## LETRAS GREGAS

Conforme o professor havia comentado, é importante sabermos algumas letras gregas, afinal os físicos adoram usá-las para nomear grandezas.

Como exemplo, é usual utilizarmos  $\mu$  (“mi”) para representar o coeficiente de atrito ou a massa específica de um corpo;  $\rho$  (“rô”) para representar a densidade, além da letra  $d$ , como faremos nesta disciplina;  $\tau$  (“tau”) para trabalho;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\theta$  para ângulos; usamos  $\gamma$  (“gama”) também para representar um fóton;  $\lambda$  (“lamba”) para comprimento de onda;  $\Sigma$  (“sigma” maiúscula) para representar somatória e muitos outros (delta maiúsculo para desvio da luz, teta para temperatura, pi é um número (3,14159265358979323846), ômega para velocidade angular e muito provavelmente mais algum que o professor esqueceu).

Tabela 4: Letras gregas.

Nome	Minúsculo	Maiúsculo
Alfa	$\alpha$	A
Beta	$\beta$	B
Gama	$\gamma$	$\Gamma$
Delta	$\delta$	$\Delta$
Épsilon	$\epsilon$	E
Zeta	$\zeta$	Z
Eta	$\eta$	H
Teta	$\theta$	$\Theta$
Iota	$\iota$	I
Capa	$\kappa$	$\text{K}$
Lambda	$\lambda$	$\Lambda$
Mi	$\mu$	$\text{M}$
Ni	$\nu$	$\text{N}$
Csi	$\xi$	$\Xi$
Ómicron	$\omicron$	$\text{O}$
Pi	$\pi$	$\Pi$
Rô	$\rho$	P
Sigma	$\sigma$	$\Sigma$
Tau	$\tau$	T
Úpsilon	$\upsilon$	$\Upsilon$
Fi	$\phi$ ou $\varphi$	$\Phi$
Qui	$\chi$	X
Psi	$\psi$	$\Psi$
Ômega	$\omega$	$\Omega$

## B. CONSTANTES FÍSICAS

A seguir são apresentadas constantes físicas cujos valores são fornecidos pelos vestibulares. Caso você se depare com alguma questão sem tais valores, é possível que esta informação tenha sido perdida no processo de cópia da questão para um banco de dado. Se tal valor não foi durante a prova (simulado ou vestibular), considere falar com o professor para verificar se a anulação é possível. Em caso afirmativo, em se tratando de vestibular, você pode entrar com recurso e pedir a anulação da questão.

Tabela 5: Constantes fundamentais.

Nome	Símbolo	Valor
Carga elétrica elementar	$e$	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Coulomb	$k$	$9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-1}$
Constante de Planck	$h$	$6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Constante dos Gases	$R$	$8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}$
Constante Gravitacional	$G$	$6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

<b>Elétron-volt (unidade de medida)</b>	eV	$1,6 \cdot 10^{-19}$ J
<b>Massa do elétron</b>	$m_e$	$9,1 \cdot 10^{-31}$ kg
<b>Massa do nêutron</b>	$m_n$	$1,675 \cdot 10^{-27}$ kg
<b>Massa do próton</b>	$m_p$	$1,673 \cdot 10^{-27}$ kg
<b>Número de Avogadro</b>	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23}$ $\frac{\text{partículas}}{\text{mole}}$
<b>Permeabilidade elétrica no vácuo</b>	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ C <sup>2</sup> · N <sup>-1</sup> · m <sup>-2</sup>
<b>Permeabilidade magnética no vácuo</b>	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m · A <sup>-1</sup>
<b>Raio de Bohr</b>	$a_0$	$0,529 \cdot 10^{-10}$ m
<b>Unidade de massa atômica</b>	$u$	$1,661 \cdot 10^{-27}$ kg
<b>Velocidade da luz no vácuo</b>	$c$	$3 \cdot 10^8$ m/s

### C. CONSTANTES MATEMÁTICAS

Tabela 6: Constantes matemáticas frequentemente utilizadas em física

Nome	Valor
<b>Euler</b>	$e = 2,7182\ 81828\ 4590452353\ 60287$
<b>Pi</b>	$\pi = 3,1415\ 92653\ 58979\ 32384\ 62643$
-	$\sqrt{2} = 1,4142\ 13562\ 37309\ 50488$
-	$\sqrt{3} = 1,7320\ 50807\ 56887\ 72935$
-	$\sqrt{10} = 3,1622\ 77660\ 16837\ 93320$

### D. FORMULÁRIO DE MATEMÁTICA

#### ÁLGEBRA

Frações:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Multiplicação:

$$x^m x^n = x^{m+n}$$

$$(x^m)^n = x^{m \times n}$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$$

Fatorização:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Equação do primeiro grau:

$$ax + b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Equação do segundo grau:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## LOGARITMO E EXPONENCIAL

$$a^y = x \Rightarrow y = \log_a x$$

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(x^p) = p \log_a x$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log x = \log_{10} x$$

$$\ln x = \log_e x$$

$$\log 10 = 1$$

$$\log 1 = 0$$

## E. COMPRIMENTO, ÁREA E VOLUME

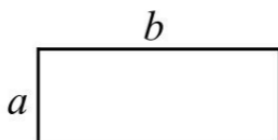
### RETÂNGULO

Perímetro:

$$P = 2(a + b)$$

Área:

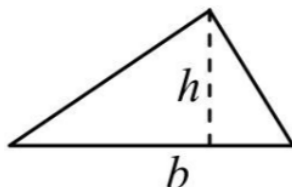
$$A = a \times b$$



### TRIÂNGULO

Área:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$



## CIRCUNFERÊNCIA

Diâmetro:

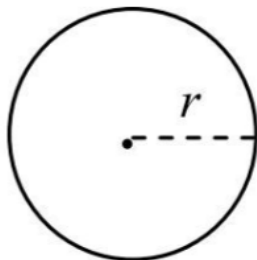
$$d = 2r$$

Perímetro:

$$P = 2\pi r$$

Área:

$$A = \pi r^2$$



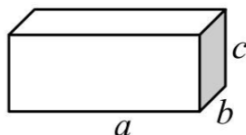
## PARALELEPÍPEDO

Área da base:

$$A = ab$$

Volume:

$$V = abc$$



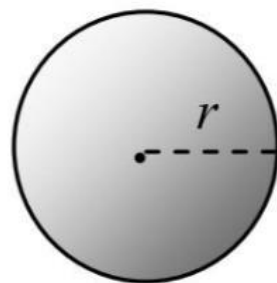
## ESFERA

Área:

$$A = 4\pi r^2$$

Volume:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



## CILINDRO

Área da base:

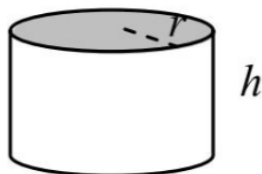
$$A_b = \pi r^2$$

Área lateral:

$$A_l = 2\pi r\ell$$

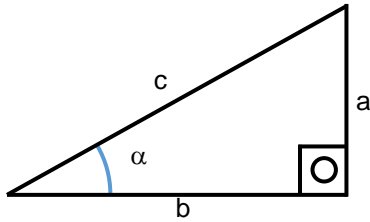
Volume:

$$V = \pi r^2\ell$$





F. TRIGONOMETRIA



Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Funções trigonométricas:

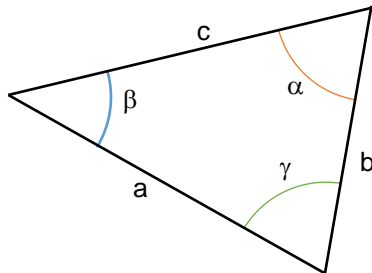
$$\text{sen } \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{a}{b}$$

Relação fundamental:

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$



Lei dos senos

$$\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \gamma}$$

Lei dos cossenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \text{cos } \alpha$$

### Soma de arcos e outras relações

$$\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \operatorname{sen} \beta$$

$$\operatorname{sen}(2\alpha) = 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$