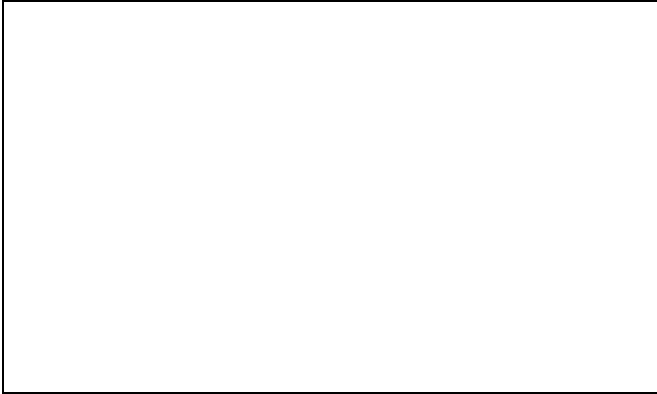


PROFESSOR DANILO

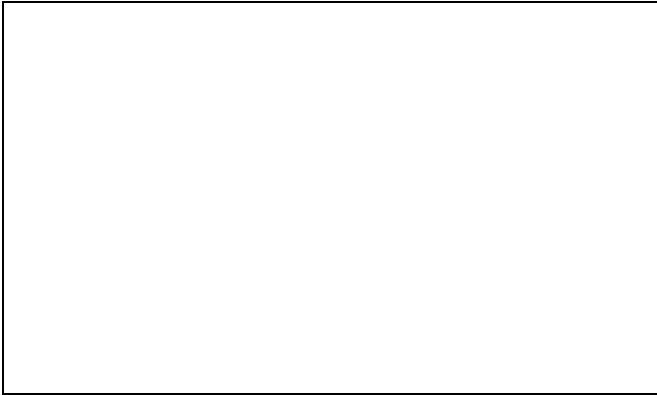
FOLHA 02

18. OS ESPELHOS ESFÉRICOS

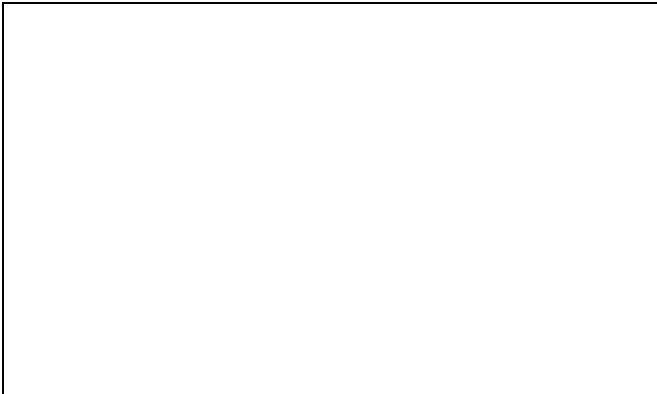
Q. 01 – CASCA ESFÉRICA



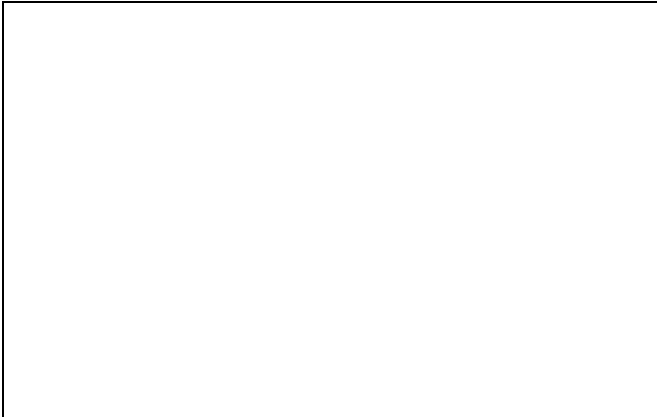
Q. 02 – ESPELHO ESFÉRICO CÔNCAVO



Q. 03 – ESPELHO ESFÉRICO CONVEXO



Q. 04 – ELEMENTOS DOS ESPELHOS ESFÉRICOS



OS ESPELHOS PLANOS – TERCEIRO ANO – 07/03/2022

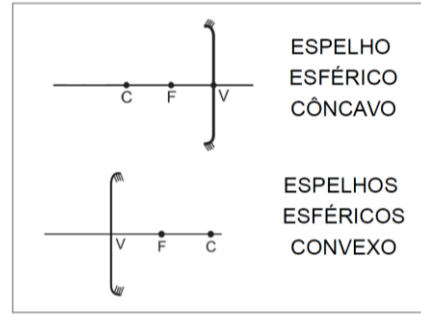


Figura 1: representação usual de espelhos esféricos

- O ponto C é o centro do espelho
- O ponto V é a intersecção entre o eixo principal e o espelho (vértice)
- O foco (F) é o ponto médio entre o vértice (V) e o centro (C) do espelho
- Quando  $\theta$  é muito pequeno ( $\theta < 15$  graus) dizemos que o espelho é gaussiano

a) RAIOS NOTÁVEIS

Vamos agora estudar os chamados raios notáveis dos espelhos esféricos. Vamos começar com o espelho esférico côncavo.

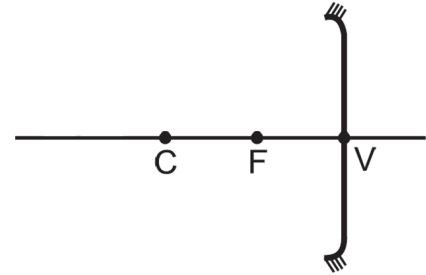


Figura 2: Raio incidindo paralelamente ao eixo principal

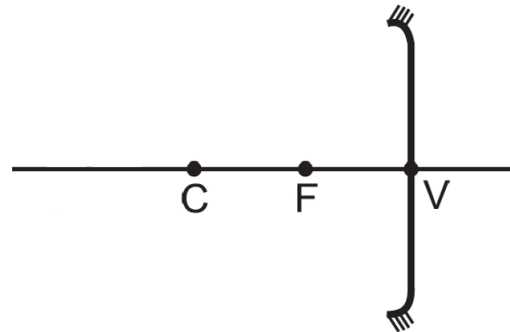


Figura 3: Raio incidindo passando pelo foco

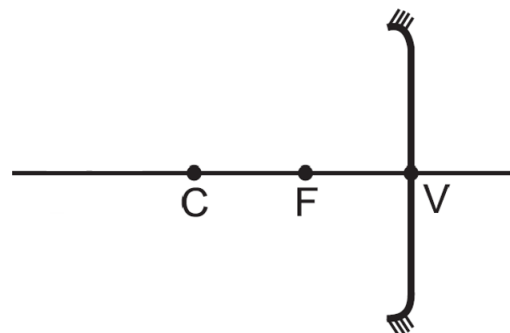


Figura 4: Raio incidindo passando pelo centro de curvatura

PROFESSOR DANILO

OS ESPELHOS PLANOS – TERCEIRO ANO – 07/03/2022

b) FOCO SECUNDÁRIO

ESPELHO CÔNCAVO

Seja um raio incidente num espelho esférico côncavo tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber, a priori, para onde o raio vai.

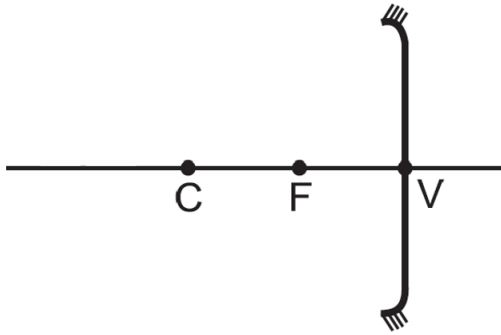


Figura 5: Raio atingindo o vértice do espelho

Agora vamos ver quais são os raios notáveis do espelho esférico convexo.

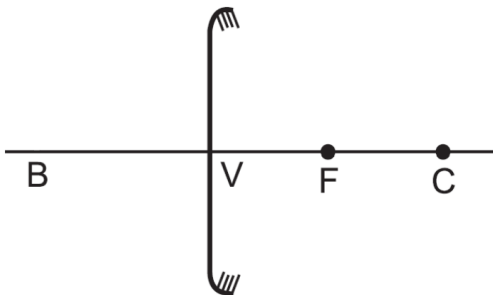


Figura 6: Raio incidindo paralelamente ao eixo principal

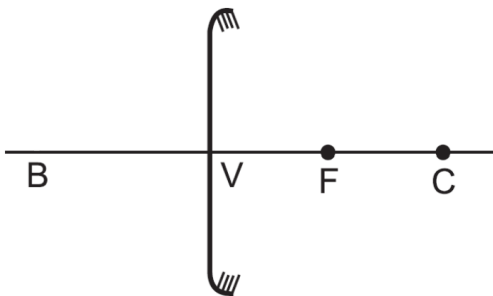


Figura 7: Raio incidindo na direção do foco

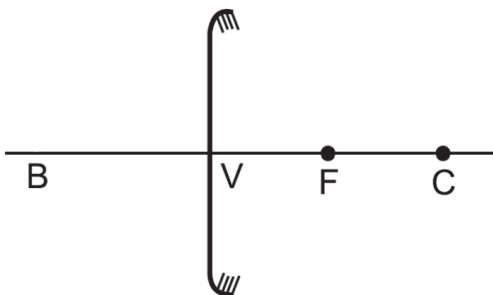


Figura 8: Raio incidindo na direção do centro de curvatura

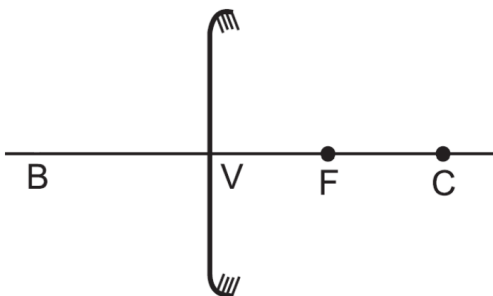


Figura 9: Raio atingindo o vértice do espelho

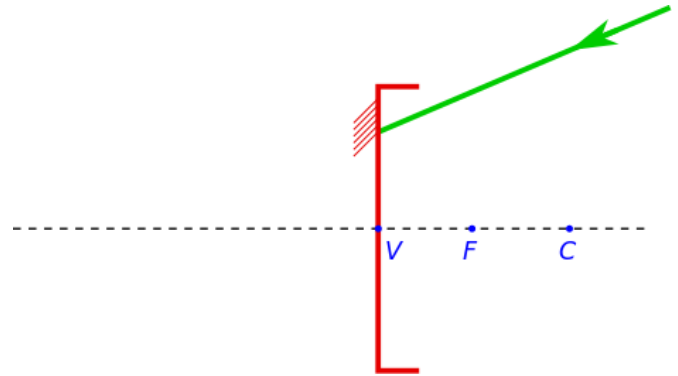


Figura 9: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raio notável.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio incidente passando pelo centro C do espelho, conforme figura 10, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 11.
- Por fim, o raio incidente irá passar pelo foco secundário assim obtido, conforme figura 12.

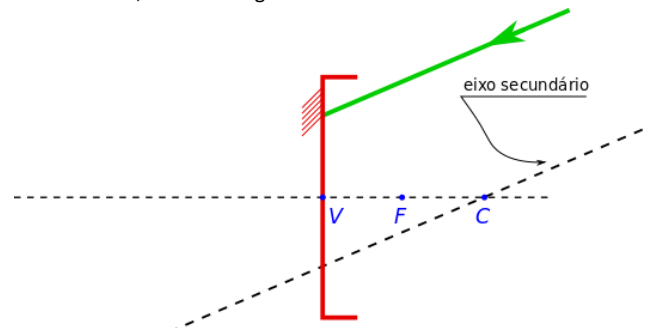


Figura 10: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

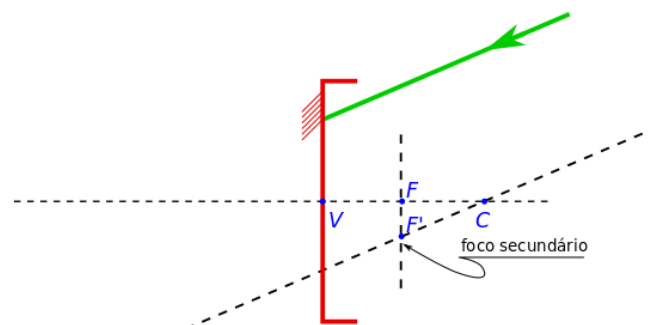


Figura 11: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário e essa reta vertical.

PROFESSOR DANILO

OS ESPELHOS PLANOS – TERCEIRO ANO – 07/03/2022

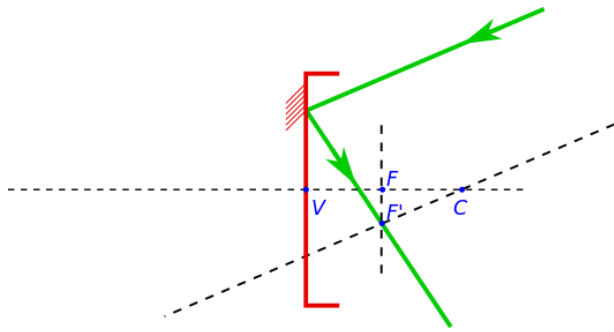


Figura 12: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá passar pelo foco secundário.

Chamamos de  $F'$  o foco secundário localizado no eixo secundário do espelho esférico côncavo.

**ESPELHO CONVEXO**

O processo é praticamente o mesmo, mas vamos repeti-lo. Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.  
Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.

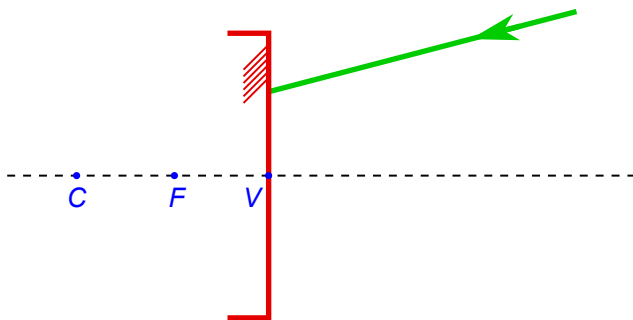


Figura 13: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raios notáveis.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio incidente passando pelo centro C do espelho, conforme figura 14, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 15.
- Por fim, o raio incidente sairá na direção do foco secundário assim obtido, conforme figura 16.

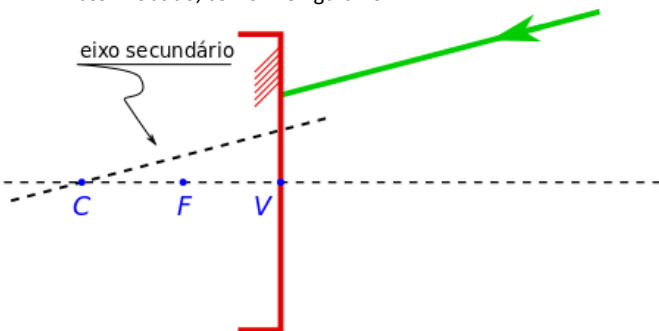


Figura 14: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

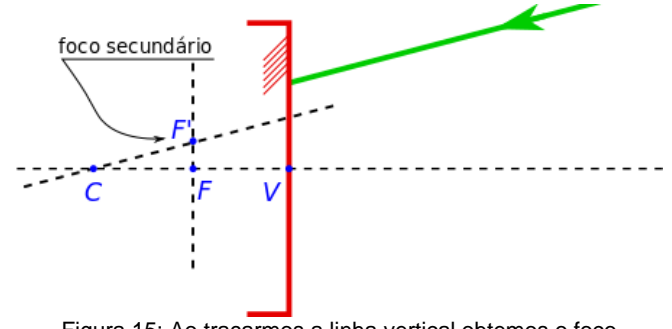


Figura 15: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário essa reta vertical.

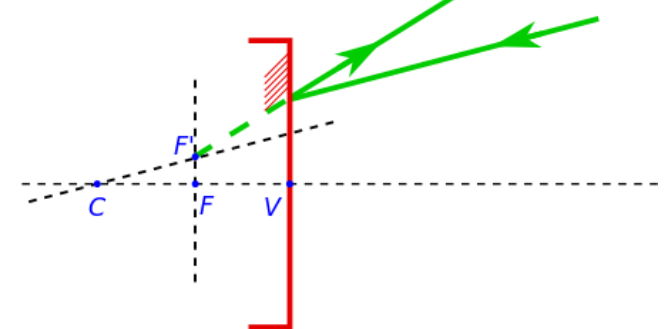


Figura 16: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá sair na direção do foco secundário, uma vez que é um espelho esférico convexo.

Chamamos de  $F'$  o foco secundário localizado no eixo secundário do espelho esférico convexo.

**RESUMINDO**

Note que podemos ter novos raios notáveis. Resumindo para o caso dos espelhos côncavos:

- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai passando pelo foco secundário;
- Um raio que incide passando pelo foco secundário sai paralelo ao eixo secundário.

Agora para espelhos convexos:

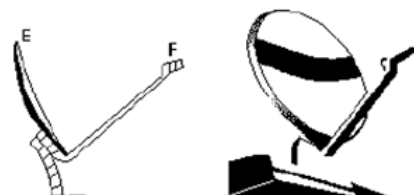
- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai na direção do foco secundário;
- Um raio que incide na direção do foco secundário, ao ser refletido, sai paralelo ao eixo secundário.

Note que o “centro de curvatura secundário” continua sendo no mesmo lugar, como tinha que ser.

Por fim, lembre-se que estamos falando de um espelho esférico gaussiano, ou seja, válido apenas para a aproximação paraxial (ângulos pequenos).

**CAIU NO VESTIBULAR**

(UFSCAR) Os refletores das antenas parabólicas funcionam como espelhos esféricos para a radiação eletromagnética emitida por satélites retransmissores, localizados em órbitas estacionárias, a cerca de 36.000 km de altitude. A figura à esquerda representa esquematicamente uma miniantena parabólica, cuja foto está à direita, onde E é o refletor e F é o receptor, localizado num foco secundário do refletor.



PROFESSOR DANILO

- a) Copie o esquema da figura da esquerda e represente o traçado da radiação eletromagnética proveniente do satélite retransmissor que incide no refletor E e se reflete, convergindo para o foco secundário F (faça um traçado semelhante ao traçado de raios de luz). Coloque nessa figura uma seta apontando para a posição do satélite.
- b) Nas miniantenas parabólicas o receptor é colocado no foco secundário e não no foco principal, localizado no eixo principal do refletor, como ocorre nas antenas normais. Por quê? (Sugestão: lembre-se que a energia captada pelo refletor da antena é diretamente proporcional à área atingida pela radiação proveniente do satélite.)

OS ESPELHOS PLANOS – TERCEIRO ANO – 07/03/2022

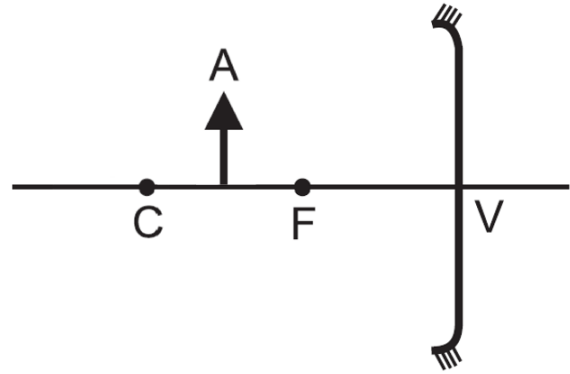


Figura 3: Objeto entre o centro de curvatura e o foco

Classificação da imagem:

c) FORMAÇÃO DE IMAGENS NOS ESPELHOS ESFÉRICOS

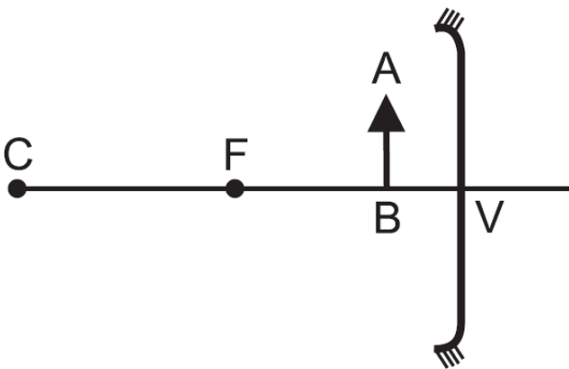


Figura 1: Objeto entre o foco e o vértice

Classificação da imagem:

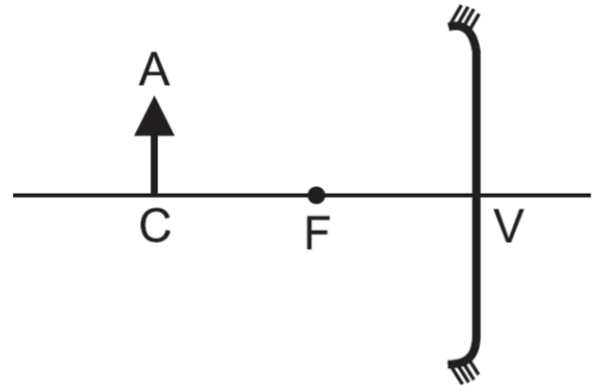


Figura 4: Objeto no centro de curvatura

Classificação da imagem:

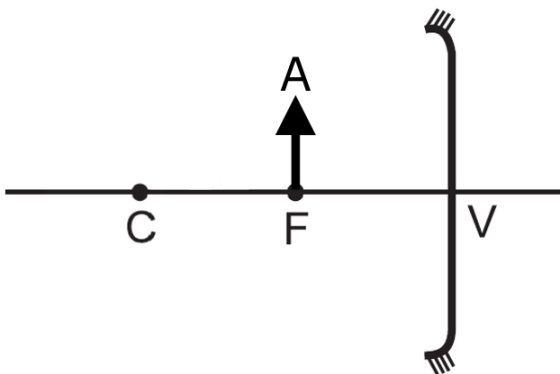


Figura 2: Objeto no foco

Classificação da imagem:

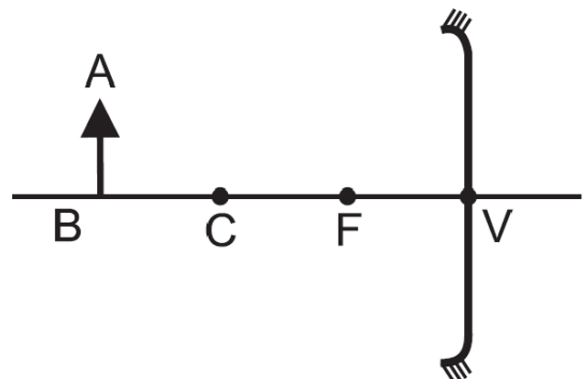


Figura 5: Objeto além do centro de curvatura

Classificação da imagem:

PROFESSOR DANILO

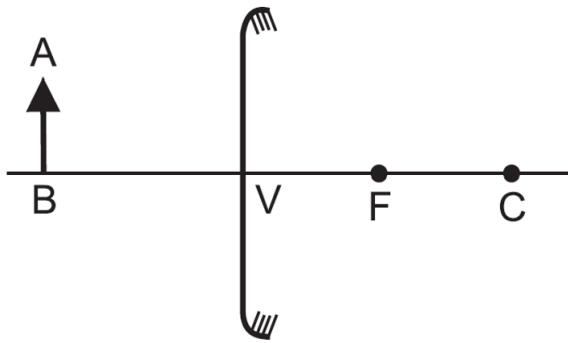


Figura 6: Objeto em frente a um espelho esférico convexo  
Classificação da imagem:

**FORMAÇÃO DE IMAGENS: REFERENCIAL DE GAUSS**

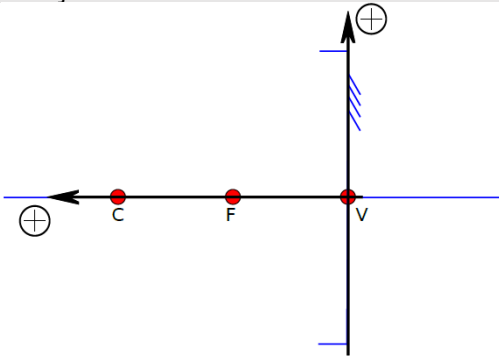


Figura 7: Espelho côncavo

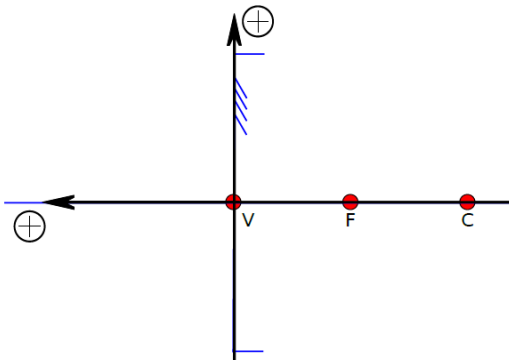


Figura 8: Espelho convexo

- $p$ : abscissa do objeto
- $p'$ : abscissa da imagem
- $y = o$ : ordenada do objeto
- $y' = i$ : ordenada da imagem
- $f$ : abscissa do foco
- $2f$ : abscissa do centro do espelho
- $p > 0$ : Objeto Real
- $p' > 0$ : Imagem Real
- $p < 0$ : Objeto Virtual
- $p' < 0$ : Imagem Virtual
- Se  $i$  e  $o$  tiverem o mesmo sinal, então a imagem é direita, já se tiverem sinais opostos ela é invertida. Segue então que:
- $i \cdot o > 0$ : Imagem Direita
- $i \cdot o < 0$ : Imagem Invertida
- Com relação ao tipo de espelho:

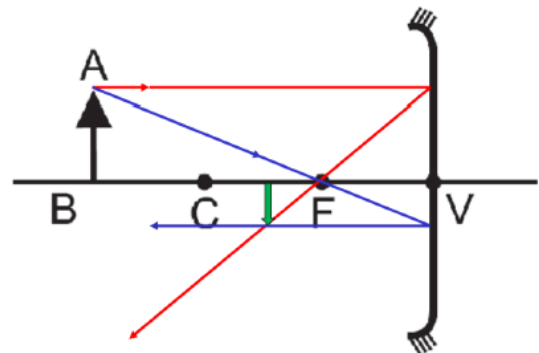
OS ESPELHOS PLANOS – TERCEIRO ANO – 07/03/2022

- $f > 0$ : Espelho Côncavo
- $f < 0$ : Espelho Convexo

**EQUAÇÃO DE GAUSS**

Q. 05 – EQUAÇÃO DE GAUSS

**EQUAÇÃO DO AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL**



Por semelhança de triângulos, obtemos:

$$\frac{|o|}{|p|} = \frac{|i|}{|p'|} \Rightarrow \frac{|i|}{|o|} = \frac{|p'|}{|p|} \Rightarrow \left| \frac{i}{o} \right| = \left| \frac{p'}{p} \right|$$

Q. 06 – EQUAÇÃO DO AUMENTO LEVANDO-SE EM CONTA O REFERENCIAL DE GAUSS

**EXERCÍCIOS – ESPELHOS ESFÉRICOS**

1. (Famerp 2020) No dia 20 de junho de 1969, o ser humano caminhou pela primeira vez na superfície lunar. Em uma das fotos registradas nesse dia pode-se ver uma imagem direita e menor formada pela superfície convexa do visor do capacete do astronauta Edwin Aldrin, que funciona como um espelho.



(www.correiobraziliense.com.br.)

Essa imagem é

- a) real e o objeto se encontra além do centro de curvatura do espelho.
- b) virtual e independe da localização do objeto.
- c) virtual e o objeto se encontra entre o espelho e seu foco principal.
- d) real e o objeto se encontra entre o espelho e seu foco principal.
- e) real e independe da localização do objeto.

PROFESSOR DANILO

2. (Mackenzie 2019)



Foto: Matthew Henry

O espelho bucal, utilizado por dentistas, é um instrumento que pode ser feito com um espelho plano ou esférico.

Um dentista, a fim de obter uma imagem ampliada de um dente específico, deve utilizar um espelho bucal

- côncavo, sendo colocado a uma distância do dente menor que a distância focal.
- côncavo, sendo colocado a uma distância do dente entre o foco e o centro de curvatura.
- convexo, sendo colocado a uma distância do dente entre o foco e o centro de curvatura.
- plano.
- convexo, sendo colocado a uma distância do dente menor que a distância focal.

3. (Fatec 2019) A figura apresenta a obra de litogravura "Mão com esfera refletora" (1935), do artista gráfico holandês Maurits Cornelis Escher (1898–1972), que se representou por uma imagem refletida em uma esfera.

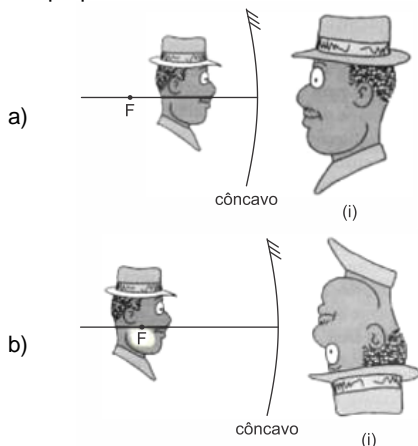


<https://tinyurl.com/yardzola> Acesso em: 15.10.2018.

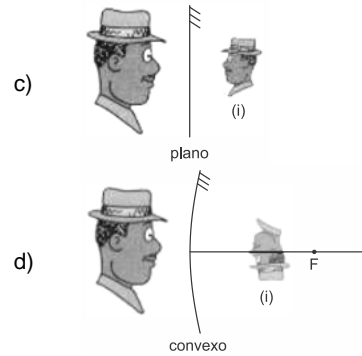
Sendo o artista o objeto refletido na superfície dessa esfera, podemos afirmar corretamente, sobre essa imagem formada, que se

- assemelha à classificação exata de uma imagem observada em uma lente delgada convergente.
- assemelha à classificação exata de uma imagem observada em um espelho côncavo.
- classifica em menor, direita e real.
- posiciona entre o foco e o vértice da face refletora.
- posiciona entre o raio de curvatura e o vértice da face refletora.

4. (Ufu 2019) Uma pessoa vai até um museu de ciências e numa sala de efeitos luminosos se posiciona frente a diferentes tipos de espelhos (côncavo, convexo e plano). Qual situação a seguir representa a correta imagem (i) que é possível essa pessoa obter de si própria?



OS ESPELHOS PLANOS – TERCEIRO ANO – 07/03/2022



5. (Uemg 2019) Ao posicionar a mão à frente de um espelho esférico, Alice verificou a imagem da sua mão conforme a figura a seguir



O tipo de imagem formada da mão e o espelho utilizado são, respectivamente:

- Virtual e côncavo.
- Virtual e convexo.
- Real e convexo.
- Real e côncavo.

Disponível em: <https://www.pasco.com/images/products/se/se7573\_enfraq\_169161.jpg> Acesso: 11 dez, 2018.

6. (Uepg-pss 3 2019) Um objeto real, de 2 cm de altura, encontra-se a 20 cm de um espelho. Considerando que o meio onde o objeto e o espelho se encontram é o ar, assinale o que for correto.

- Se o espelho for plano, de espessura desprezível, a distância entre o objeto e a sua imagem é de 40 cm.
- Se o espelho for um espelho esférico côncavo, com uma distância focal de 15 cm, o tamanho da imagem formada é de 6 cm.
- Se a ampliação da imagem for igual a 1/4, pode-se concluir que se trata de um espelho esférico convexo.
- Se o objeto se aproximar do espelho plano, com uma velocidade constante, a imagem do objeto irá se afastar do espelho também com velocidade constante.

7. (G1 - ifsul 2019) Um objeto real linear é colocado a 60 cm de um espelho esférico, perpendicularmente ao eixo principal. A altura da imagem fornecida pelo espelho é 4 vezes maior que o objeto e é virtual. Com base nisso, é correto afirmar que esse espelho e a medida do seu raio de curvatura são, respectivamente,

- convexo e 160 cm.
- côncavo e 80 cm.
- convexo e 80 cm.
- côncavo e 160 cm.

8. (Eear 2019) Uma árvore de Natal de 50 cm de altura foi colocada sobre o eixo principal de um espelho côncavo, a uma distância de 25 cm de seu vértice. Sabendo-se que o espelho possui um raio de curvatura de 25 cm, com relação a imagem formada, pode-se afirmar corretamente que:

- É direita e maior do que o objeto, estando a 20 cm do vértice do espelho.
- É direita e maior do que o objeto, estando a 25 cm do vértice do espelho.
- É invertida e maior do que o objeto, estando a 25 cm do vértice do espelho.
- É invertida e do mesmo tamanho do objeto, estando a 25 cm do vértice do espelho.

PROFESSOR DANILO

9. (Ita 2019) A imagem de um objeto formada por um espelho côncavo mede metade do tamanho do objeto.

Se este é deslocado de uma distância de 15 cm em direção ao espelho, o tamanho da imagem terá o dobro do tamanho do objeto. Estime a distância focal do espelho e assinale a alternativa correspondente.

- a) 40 cm    b) 30 cm    c) 20 cm    d) 10 cm    e) 5 cm

10. (Uepg 2019) Um objeto real, localiza-se sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo e a uma distância de 15 cm de seu vértice. Considerando que o raio desse espelho é 20 cm, assinale o que for correto.

01) A imagem do objeto localiza-se a 10 cm do centro de curvatura do espelho.

02) A imagem do objeto produzida pelo espelho é duas vezes menor que o objeto.

04) A imagem do objeto é invertida.

08) Para o espelho em questão, o foco principal é real.

16) A imagem do objeto é virtual.

11. (G1 - ifce 2019) Como atividade extraclasse, um aluno do IFCE resolveu gravar um vídeo no qual utilizou-se de um espelho para representar suas emoções. Num trecho específico do vídeo ele dizia que se sentia grande, com o dobro de seu tamanho. Em outro momento ele afirmava que sua vida estava ao contrário do que devia ser e mostrava uma imagem invertida. Por fim, dizia que na situação atual do país ele não tinha nenhuma referência política para se espelhar e, colocava-se a uma posição tal do espelho que sua imagem se situava no 'infinito'.

De acordo com o enunciado, é **correto** afirmar-se que

- a) o espelho usado pelo aluno era convexo.  
b) não é possível saber que tipo de espelho o aluno usava, podendo ser côncavo ou convexo.  
c) o espelho usado pelo aluno era côncavo.  
d) não restam dúvidas de que o espelho era plano.  
e) não é possível que um único espelho produza todas as imagens mencionadas no texto.

12. (Pucrs 2018) O edifício 20 Fenchurch Street, localizado em Londres e conhecido como Walkie Talkie, tem causado diversos problemas para a sua vizinhança. Moradores e funcionários da região têm argumentado que, desde a sua construção, os ventos estão mais intensos nas imediações do prédio. Além disso, houve registros de carros estacionados nas proximidades do prédio que tiveram suas pinturas danificadas e suas peças derretidas por conta da reflexão da luz solar ocasionada pelo arranha-céu.

Os carros foram danificados porque pelo menos uma das faces do prédio tem formato semelhante a

- a) um espelho côncavo.                      b) um espelho convexo.  
c) uma lente divergente.                    d) uma lente convergente.

13. (Cesgranrio 1992) Um objeto de altura h é colocado perpendicularmente ao eixo principal de um espelho esférico côncavo.

Estando o objeto no infinito, a imagem desse objeto será:

- a) real, localizada no foco.  
b) real e de mesmo tamanho do objeto.  
c) real, maior do que o tamanho do objeto.  
d) virtual e de mesmo tamanho do objeto.  
e) virtual, menor do que o tamanho do objeto.

14. (Fuvest 1992) A imagem de um objeto forma-se a 40 cm de um espelho côncavo com distância focal de 30 cm. A imagem formada situa-se sobre o eixo principal do espelho, é real, invertida e tem 3 cm de altura.

- a) Determine a posição do objeto.  
b) Construa o esquema referente à questão representando objeto, imagem, espelho e raios utilizados e indicando as distâncias envolvidas.

OS ESPELHOS PLANOS – TERCEIRO ANO – 07/03/2022

15. (Ita 2019) Um espelho côncavo de distância focal 12 cm reflete a imagem de um objeto puntiforme situado no seu eixo principal a 30 cm de distância. O objeto, então, inicia um movimento com velocidade  $\vec{v}_0$  de módulo 9,0 m/s. Determine o módulo e o sentido do vetor velocidade inicial da imagem,  $\vec{v}_i$ , nos seguintes casos

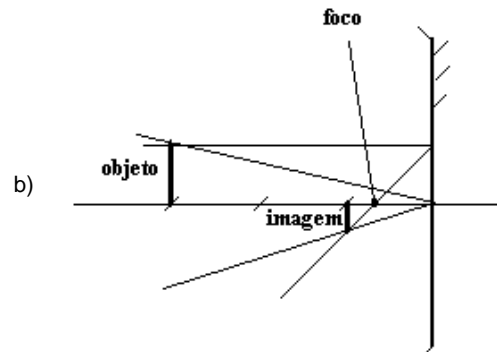
- a) o objeto desloca-se ao longo do eixo principal do espelho.  
b) o objeto desloca-se perpendicularmente ao eixo principal do espelho.

16. (Ita 2018) Dois espelhos esféricos interdistantes de 50 cm, um côncavo,  $E_1$ , e outro convexo,  $E_2$ , são dispostos coaxialmente tendo a mesma distância focal de 16 cm. Uma vela é colocada diante dos espelhos perpendicularmente ao eixo principal, de modo que suas primeiras imagens conjugadas por  $E_1$  e  $E_2$  tenham o mesmo tamanho. Assinale a opção com as respectivas distâncias, em cm, da vela aos espelhos  $E_1$  e  $E_2$ .

- a) 25 e 25  
b) 41 e 9  
c) 34 e 16  
d) 35 e 15  
e) 40 e 10

RESPOSTAS

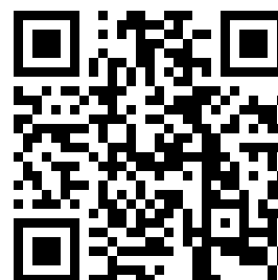
1. B                      2. A                      3. D                      4. A                      5. A  
6.  $01 + 02 + 04 = 07$ .  
7. D                      8. D                      9. D  
10.  $01 + 04 + 08 = 13$ .  
11. C                      12. A                      13. A  
14. a)  $p = 120$  cm.



15. a)  $|\vec{v}_i| = 4$  m/s, com sentido oposto ao movimento do objeto.  
b)  $|\vec{v}_i| = 6$  m/s, com sentido oposto ao movimento do objeto.  
16. B

ALGUNS VÍDEOS QUE PODEM SER ÚTEIS

O professor fez um vídeo mostrando os raios notáveis de um espelho esférico côncavo.



PROFESSOR DANILO

OS ESPELHOS PLANOS – TERCEIRO ANO – 07/03/2022

O professor fez um vídeo mostrando os raios notáveis de um espelho esférico convexo.



No QR-code abaixo você pode ver uma animação que o professor fez no programa online Scratch. Nele você escolhe mover o objeto, ver os raios notáveis escolhendo o tipo de espelho.

