Bom dia!

Física F3

PROF. DANILO

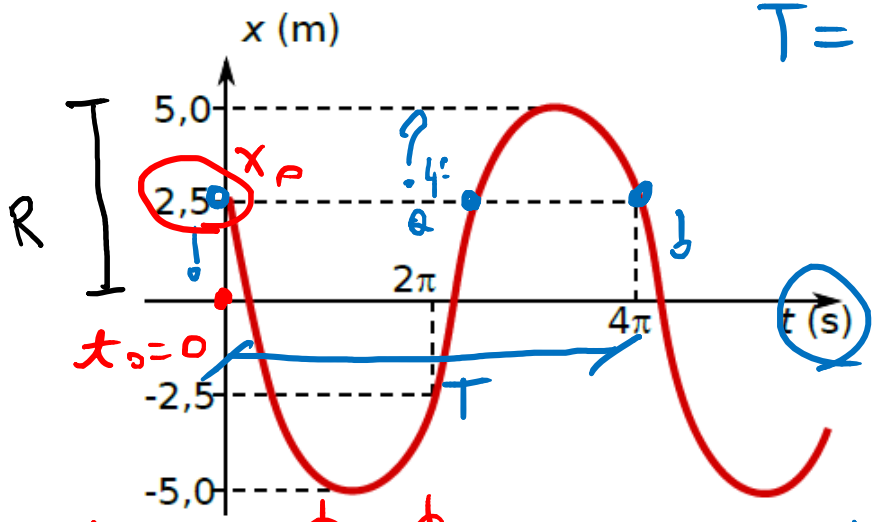
FOLHA 17

FOLHA 17

EXERCÍCIOS

01. (UFES) Uma partícula descreve uma trajetória circular, no sentido anti-horário, centrada na origem do sistema de coordenadas, com velocidade de módulo constante. A figura a seguir é a representação gráfica da equação horária da projeção do movimento da partícula sobre o eixo x. A partir das informações contidas no gráfico, e sabendo que a partícula no instante t = 0 se encontra no primeiro quadrante, determine:

$T = 4\pi$ s



$t = t_0 \Rightarrow \phi = \phi_0$

a) o raio da trajetória da partícula;
b) o módulo da velocidade da partícula;
c) a equação horária da projeção do movimento da partícula sobre o eixo x.

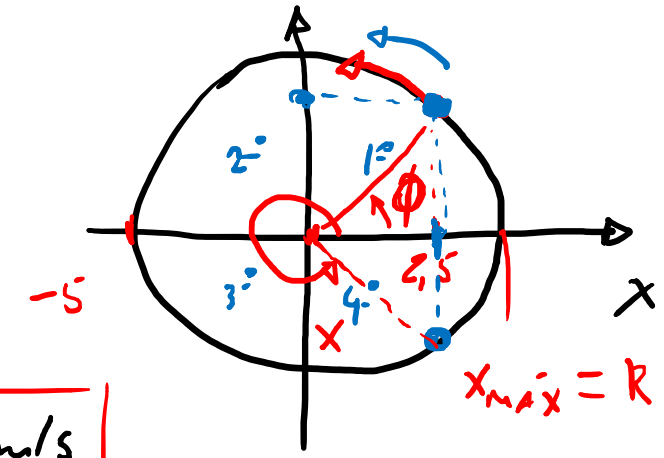
φ Φ

/phi /varphi

a) $\boxed{R = 5\,m}$

b) $V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow$

$V = \frac{2\pi \cdot 5}{4\pi} = \boxed{2{,}5\,m/s}$



A ↔ R

$\begin{cases} x = R\cos\phi \\ \phi = \omega t + \phi_0 \end{cases}$

c) $x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$

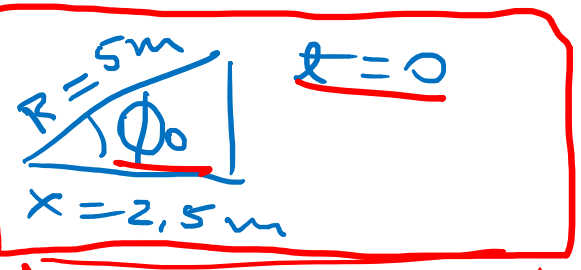
$A = R = 5\,m$

$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\pi} \Rightarrow \omega = 0{,}5\,rad/s$

$\phi_0 = ?$

$\cos\phi_0 = \frac{2{,}5}{5} = \frac{1}{2}$

$\phi_0 = 60° = \frac{180°}{3} = \frac{\pi}{3}\,rad$



$x(t) = 5\cos(0{,}5t + \frac{\pi}{3})$

S.I.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$a = -\frac{k}{m}x + cte$

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ g ?

02. Um corpo, preso a uma mola vertical, livre de qualquer força dissipativa, executa na Terra um M. H. S. de frequência 2,13 Hz. Levando-se esse sistema à Júpter, onde a aceleração da gravidade é 2,48 vezes a aceleração da gravidade da Terra, a frequência do M. H. S. descrito lá seria de quanto?

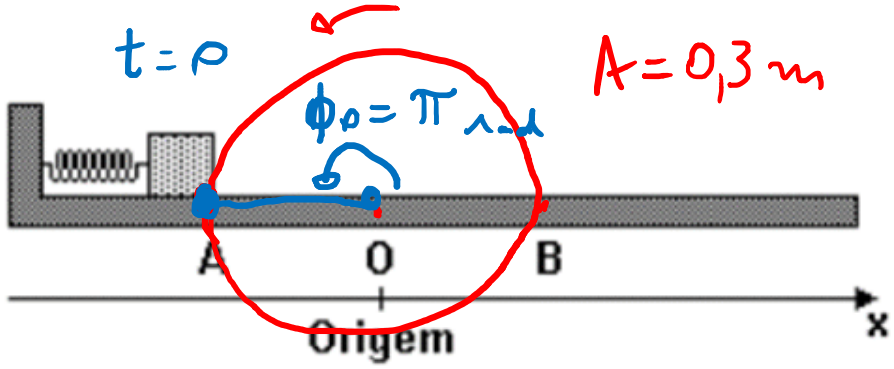
$f = 2{,}13\ Hz$ pois f depende de k e m apenas, que são constantes, mas não depende de g.

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f \Rightarrow \boxed{f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

03. Um corpo de 10 g, preso à extremidade de uma mola ideal (constante elástica = 9 N/m) comprimida de 30 cm, é abandonado do repouso da posição A da figura. A partir desse instante, o corpo inicia um movimento harmônico simples. Despreze os atritos e adote o eixo x com origem no ponto de equilíbrio do corpo (ponto O) e sentido para a direita.



Determine as equações da posição, velocidade e aceleração no sistema internacional e unidades.

$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$

$A = 0{,}3\,m$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{9}{10 \cdot 10^{-3}}} = \frac{3}{10^{-1}} = 30\,rad/s$

$\phi_0 = \pi\,rad$

$\boxed{x(t) = 0{,}3\cos(30t + \pi)}$

$y = a\,x + b$

A) $v(t) = -A\omega\,sen(\omega t + \phi_0)$

$a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi_0)$

B) $v(t) = \frac{dx}{dt} = -0{,}3\,sen(30t + \pi) \cdot 30$

$\Rightarrow \boxed{v(t) = -9\,sen(30t + \pi)}$

$\phi = 30t^1 + \pi \cdot t^0$

$\frac{d\phi}{dt} = \underbrace{1 \cdot 30 \cdot t^0}_{30} + \underbrace{0 \cdot \pi \cdot t^{-1}}_{0}$

$= 30$

$v(t) = -9\,sen(30t + \pi)$

$a(t) = -270\cos(30t + \pi)$

04. Uma partícula oscila ao longo do eixo x com movimento harmônico simples, dado por $x(t) = 1,0\cos(2\pi t + \pi/2)$, onde x é dado em cm e t em segundos.

Nessas condições, determine:

a) a amplitude, a frequência angular (pulsação) e a fase inicial;

b) a equação horária da velocidade;

c) a equação horária da ~~posição~~; ACELERAÇÃO

d) a constante elástica da mola sabendo se tratar de um sistema massa mola com um corpo de massa 100 kg preso à ela.

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

$$x(t) = 1,0\cos(2\pi t + \pi/2)$$

A) $A = 1,0$ cm

$\omega = 2\pi$ rad/s

$\phi_0 = \pi/2$ rad

B) $v(x) = \dfrac{dx}{dt} = -1,0\,\text{sen}(2\pi t + \pi/2)\,2\pi$

$$\boxed{v(t) = -2\pi\,\text{sen}(2\pi t + \pi/2)}$$

C) $a(t) = \dfrac{dv}{dt} = -2\pi\cos(2\pi t + \pi/2)\,2\pi$

$$\boxed{a(t) = -4\pi^2\cos(2\pi t + \pi/2)}$$

D) $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} \Rightarrow 2\pi = \sqrt{\dfrac{K}{100}} \Rightarrow$

$4\pi^2 = \dfrac{K}{100} \Rightarrow \boxed{K = 400\pi^2\ \text{N/m}}$

5. Em um certo carro de M os amortecedores estão estragados. Quando o motorista de massa m entra no carro, esse abaixa 2,50 cm.

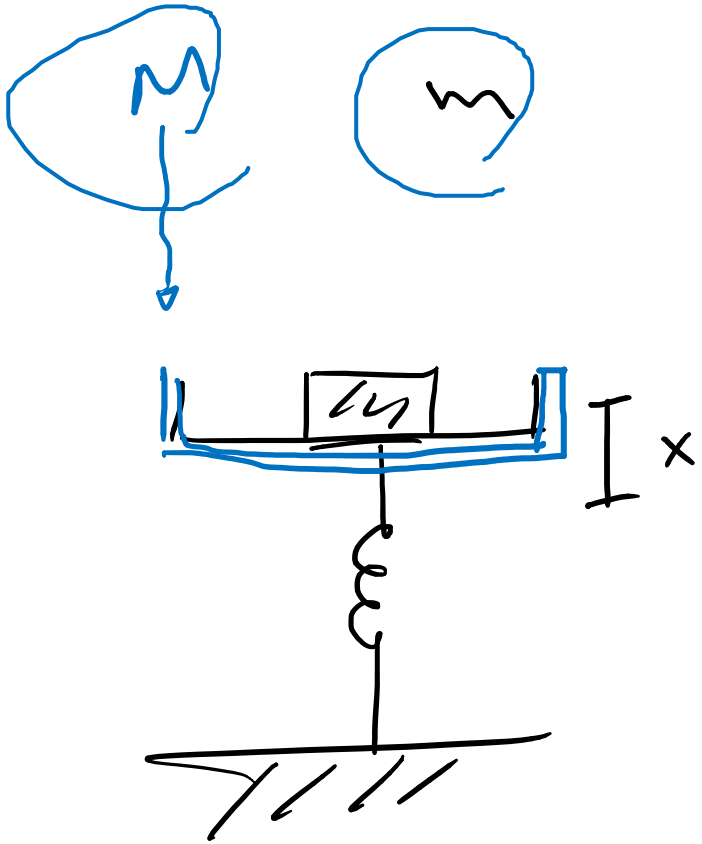
Considerando o carro e o motorista uma única massa, apoiada sobre uma mola ideal,

Para um movimento harmônico simples, e, considerando o campo gravitacional com g = 10 m/s^2, calcule o período e a frequência de oscilação do veículo.

$g = 10\ m/s^2$

$x = 12\ m$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$



$$\boxed{mg = Kx \qquad K = \frac{mg}{x}}$$

OK!

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\cancel{m}}{\cancel{m}g}x}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{K}}$

$T(M, m)$

RESPOSTAS

01. a) $r = 5$ m b) $v = 2,5$ m/s c) $x(t) = 5 \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right)$

02. 2,13 Hz

03. $x(t) = 0,3\cos(30 \cdot t + \pi)$ $v(t) = -9\,\text{sen}(30 \cdot t + \pi)$

$a(t) = -270\cos(30 \cdot t + \pi)$

04. a) $A = 1$ cm; $\omega = 2\pi$ rad/s; $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad/s

b) $v(t) = -2\pi\,\text{sen}(2\pi \cdot t + \pi/2)$

c) $a(t) = -4\pi^2\cos(2\pi \cdot t + \pi/2)$

d) $k = 200\pi$ N/m

400π N/m

05. B **07.** SOMA = 05 **06.** $\omega = 1,25$ rad/s

$\Delta\theta = -40 - 20 = -60\,°C$

05. (ITA) Um relógio de pêndulo simples é montado no pátio de um laboratório em Novosibirsk na Sibéria, utilizando um fio de suspensão de coeficiente de dilatação $1 \times 10^{-5}\ °C^{-1}$. O pêndulo é calibrado para marcar a hora certa em um bonito dia de verão de 20 °C. Em um dos menos agradáveis dias do inverno, com a temperatura a -40 °C, o relógio:

a) adianta 52 s por dia.
b) adianta 26 s por dia.
c) atrasa 3 s por dia.
d) atrasa 26 s por dia.
e) atrasa 52 s por dia.

Se julgar necessário, use a aproximação: $\left(\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}\right)$

·1
·0,5

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}}$

$T_F = 2\pi\sqrt{\frac{L_F}{g}}$

$L_F = L_0(1+\alpha\Delta\theta)$

$$\begin{cases} N T_0 - 1 \text{ dia} \\ N T_F - x \end{cases} \Rightarrow$$

$$x \cdot \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\cancel{L_0}}{\cancel{g}}} = \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\cancel{L_0}(1+\alpha\Delta\theta)}{\cancel{g}}} \Rightarrow$$

$$x = \sqrt{1+\alpha\Delta\theta}$$

$$\boxed{x \approx \left(1 + \frac{\alpha\Delta\theta}{2}\right) \text{dia}}$$

*

R$100 — 1,005

R$100 — 1,15

1 ano

$(1,15)^{12} \approx 5,35 \rightarrow 435\%$

$15\% \times 12 = 180\% \neq$

TAYLOR

0,5% ao mês

em 1 ano $\neq$ 6%

$(1,005)^{12} = 1,061677\ldots$

$\approx 6\% + 100\%$

$(1,005)^7$

$$\boxed{(1+x)^n \approx 1 + n.x}$$

$x << 1$

$(1+0,005)^{12} \approx 1 + 12 \cdot 0,005$

$L_F = L_0(1+\alpha\cdot\Delta\theta)$

$\Delta\theta < 0$

$L_F < L_0 \Rightarrow T_F < T_0$

$1 - x = -\frac{\alpha\Delta\theta}{2}$ dia $= -\frac{10^{-5}\cdot(-60)\cdot 24\cdot 3600}{2}$

$= 25,92$ s

06. (UFPR) Uma criança de massa 30,0 kg é colocada em um balanço cuja haste rígida tem comprimento de 2,50 m. Ela é solta de uma altura de 1,00 m acima do solo, conforme a figura abaixo. Supondo que a criança não se auto impulsione, podemos considerar o sistema "criança-balanço" como um pêndulo simples.

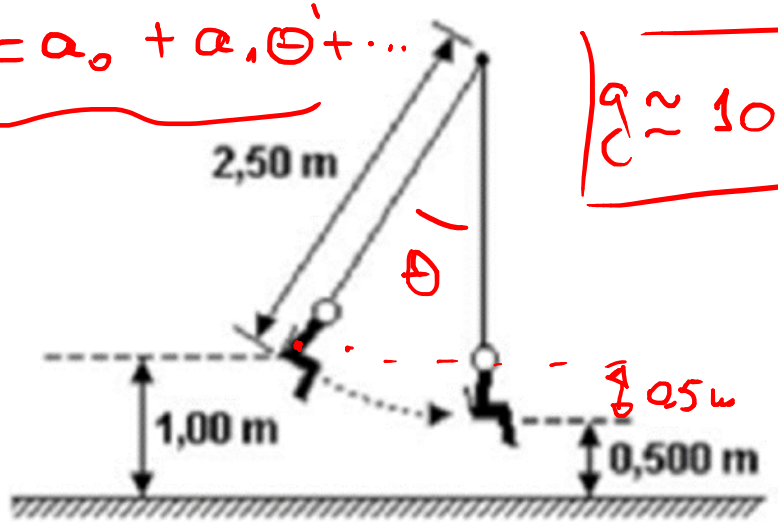
$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$

$L = 2{,}5\ m$

$m = 30\ kg$

$\sin\theta = a_0 + a_1\theta + \dots$

$\boxed{g \simeq 10\ m/s^2}$



$\begin{cases} \tau_{F_{res}} = \Delta E_{cin} \\ \tau_{F_{cons}} = -\Delta E_{pot} \end{cases}$

↳ CONSERVATIVA

Desprezando-se a resistência do ar, é correto afirmar:

V (01) O intervalo de tempo para que a criança complete uma oscilação é de π s.

F (02) A energia potencial da criança no ponto mais alto em relação ao solo é de 150 J.

V (04) A velocidade da criança no ponto mais próximo do solo é menor que 4,00 m/s.

F (08) Se a massa da criança fosse maior, o tempo necessário para completar uma osci lação diminuiria. *

F (16) A frequência de oscilação da criança de pende da altura da qual ela é solta.

(01) $T = 2\pi\sqrt{\frac{2.5}{10}} = 2\pi\sqrt{0{,}25}$

$\boxed{T = \pi\ s}$

(02) $E_{pot} = mgh$

$= 30 . 10 . 1$

$= \boxed{300\ J}$

(04) $\tau_{F_{\tilde{N}\ CONS}} = \Delta E_{MEC} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{pot}$

$\Rightarrow 0 = \Delta E_{cin} + \Delta E_{pot} \Rightarrow$

$E_{cin_{in}} + E_{pot_{in}} = E_{cin_{fin}} + E_{pot_{fin}} \Rightarrow$

$0 + \cancel{m}gh_i = \frac{\cancel{m}v^2}{2} + \cancel{m}gh_f \Rightarrow$

$g(h_i - h_f) = \frac{v^2}{2} \Rightarrow$

$v = \sqrt{2.10.0{,}5} \simeq 3{,}16\ m/s$

ω

07. (FEI) Calcule a pulsação de um movimento harmônico simples sabendo que os valores máximos de velocidade e de aceleração são, respectivamente, 4 m/s e 5 m/s^2.

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{K}{m}\right)} \quad (1)$$

$$E_{MEC} = E_{pot} + E_{cin}$$

$E_{cin} = E_{cin\,MÁX}$

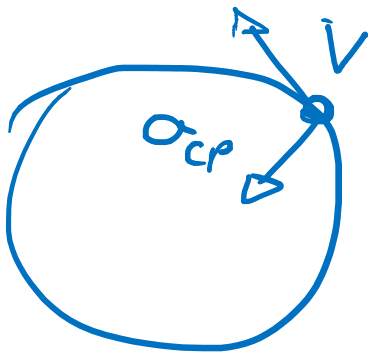
$E_{pot} = E_{pot\,MÁX}$

$$E_{cin\,MÁX} = E_{pot\,MÁX} \Rightarrow \frac{m\,v_{MÁX}^2}{\cancel{2}} = \frac{K A^2}{\cancel{2}} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{v_{MÁX}}{A}\right)^2 = \frac{K}{m} \quad (2)$$

$(2) \rightarrow (1)$:

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{v_{MÁX}}{A}\right)^2} = \boxed{\frac{v_{MÁX}}{A}} \quad (3)$$



$v = \omega R$

$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

$R = x_{MÁX}$ A

$v_{MÁX} = \omega A$

$$\left(a_{MÁX} = A^2 \omega\right) \quad (4)$$

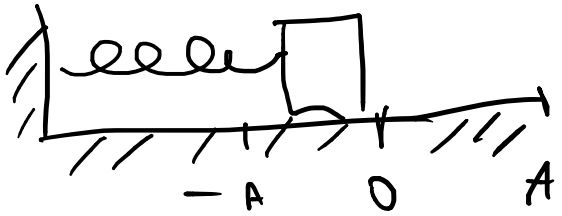
$A = \sqrt{a_{MÁX}/\omega}$

07. (FEI) Calcule a pulsação de um movimento harmônico simples, sabendo que os valores máximos de velocidade e de aceleração são, respectivamente, 4 m/s e 5 m/s^2.

$$\begin{cases} v_{máx} = \omega A \\ a_{máx} = \omega A^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{máx}^2 = \omega^2 A^2 \\ a_{máx} = \omega A^2 \end{cases} \div$$

$$\boxed{\omega = \frac{v_{máx}^2}{a_{máx}}}$$

v_{min}
$a_{máx}$



1. EQ. BÁSICAS

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

2. ENERGIA

3. MHS

$x = 37\cos(8\pi t - \pi)$

$x = A\cos(\omega t + \phi_0)$

phi

ϕ

φ